

10. SISTEME DE CONTROL

10.1. Concepte și definiții

10.1.1. Introducere

Am prezentat, în momentul definirii conceptului de „**mecatronică**”, o serie de definiții întâlnite în bibliografia de specialitate. Un număr mare dintre aceste abordări includ în conținutul lor noțiunile de „tehnici de control avansat” (Clemson University), „controlul sistemelor mecanice” (Berkeley University), „dispozitive mecanice și control electronic” s.a.m.d. În acest context și având în vedere cele precizate în capitolele anterioare trebuie să conturăm locul în care se află „sistemul de control” în cadrul mecatronicii.

Elementele vitale în dezvoltarea materială și spirituală a unei societăți umane sunt reprezentate prin diverse bunuri materiale naturale sau produse de om. Pentru un *utilizator* produsul constituie mijlocul de satisfacere a unei necesități. Pentru o *intreprindere* produsul constituie rezultatul unui proces tehnologic care implică diverse activități. Dezvoltarea produselor este o sarcină esențială a firmelor. Motivul acestui lucru are la bază scăderea duratei de viață a produselor pe piață în ultima perioadă. Aceasta impune noi tehnologii de dezvoltare. Soluții de succes presupun o îmbinare armonioasă a electronicii, software-ului cu mecanica. Mecatronica este legată de progresul tehnic și industrial și a fost generată de ultima etapă din lanțul *mecanizare, automatizare, robotizare*.

Această evoluție este strâns legată de *noțiunea de proces*. Prin *proces* se înțelege o succesiune de transformări ce caracterizează diferite obiecte sau fenomene în desfășurarea lor spațio-temporală. Acesta include atât transformări de masă cât și de energie. Noțiunea este extinsă și acceptă cel puțin trei trepte:

- procesul care se desfășoară este de tip supraveghere (monitorizare), cu scopul de a obține date privind comportarea unui sistem natural, sistem asupra căruia nu avem acces;
- procese cu intrări impuse (de exemplu în experimentele din biologie) în care se urmăresc rezultatele intrărilor impuse, dar asupra unui sistem natural, nemodificabil;
- procesele industriale, sistemul suport al procesului fiind artificial, supus unor

anumite intrări și monitorizat, totul pentru a obține rezultatele dorite. În acest caz sistemul este condus

Fluxurile de material și energie care contribuie la realizarea proceselor de producție sunt caracterizate printr-o serie de mărimi fizice (parametri) între care există relații de interdependență, consecință a unor legi cunoscute din fizică. Totalitatea factorilor care produc modificări ale parametrilor din proces poartă denumirea de *perturbații* sau *mărimi perturbatoare*. Perturbațiile pot avea loc la intrarea, în interiorul sau la ieșirea procesului (fig.10.1)

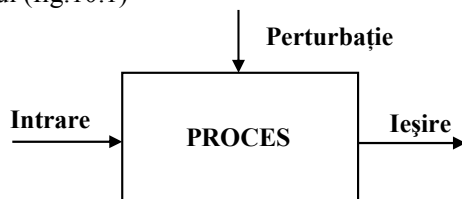


Fig. 10.1 Procesul de controlat

Termenul de *conducere a unui proces industrial* include un ansamblu de funcții specificate prin obiective, urmărire, diagnoză, reglare. Termenul în limba engleză este de „industrial process control”.

Termenul de *comandă* se referă la ansamblul de operații prin care se stabilește o dependență între mărimea din proces ce ne interesează și o mărime aplicată, deci externă procesului, după o *anumită lege prestabilită*. *Comanda* poate fi manuală, când operatorul uman intervine direct asupra unui element de execuție, sau automată, când se realizează numai prin dispozitive prevăzute în acest scop. Comanda poate fi:

- *continuă* – atunci când acțiunea are un caracter cantitativ, conducând la modificări continue ale stărilor unor elemente de execuție sau mașini în scopul modificării continue a parametrilor din proces;
- *discontinuu* – atunci când acțiunea are un caracter calitativ, conducând la modificări discrete ale stărilor unor elemente de execuție sau mașini în scopul modificării discontinue a parametrilor din instalație („tot” sau „nimic” – „ON”/„OFF”)

Termenul de *control* este extrem de larg. Noțiunea se apropie de cea de verificare, măsurare, semnalizare. *Măsurarea* reprezintă informarea cu caracter cantitativ asupra marimilor din procesul tehnologic. În funcție de caracterul semnalului, măsurarea poate fi *continuă* (valorile măsurate ale parametrilor sunt transmise permanent) sau *discretă* (valorile sunt transmise din timp în timp). Semnalizarea reprezintă informarea cu caracter calitativ asupra stării unor elemente din proces (închis/deschis, min/max, etc.). Controlul este astfel un ansamblu de operații destinat garantării înscrierii performanțelor unui produs (aparat, instalație, dispozitiv...) în limitele de toleranță admise. Legând noțiunea de control – verifică, măsoară, testează – de cea de proces, se poate preciza că rezultatul controlului are un efect discontinuu asupra desfășurării procesului prin sesizarea momentului în care un parametru al procesului a ieșit din limitele prescrise. Controlul se poate finaliza și printr-o comandă discontinuu caz în care sistemul de control se numește *sortare automată*.

Un alt termen, care este utilizat în exprimarea curentă legată de conducerea / comanda proceselor actuale, este cel de *calculator* (computer). Se înțelege în contextul dat, în sensul cel mai larg, un ansamblu fizic care calculează (*efectuează operații aritmetice și logice*) (fig.10.2).

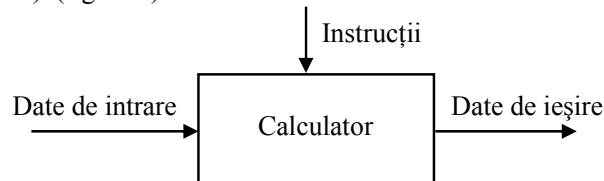


Fig. 10.2 Noțiunea de calculator în sens sistemic

Operatorul uman nu poate fi exclus în totalitate din hipersistemul care vizează conducerea unui proces (fig.10.3). Atât operatorul cât și calculatorul sunt părți componente ale sistemului (sub o formă sau alta de materializare).

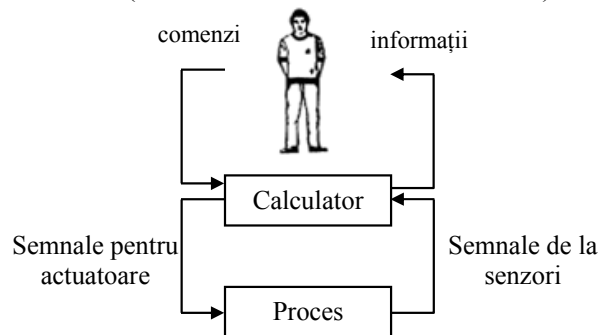


Fig. 10.3 Operatorul uman și calculatorul în cadrul procesului de conducere

Realizarea unui “produs” (în sensul generalizat) de calitate presupune controlarea riguroasă a procesului de producție din punct de vedere al variabilelor de proces. Abaterile de la acest regim se datorează perturbațiilor inerente. Se impune ca acești parametri să fie menținuți la valorile dorite (prescrise). Se spune că parametrii respectivi *se reglează* iar acțiunea respectivă este de reglare. Sesizarea acestor perturbații și anularea efectelor induse se poate realiza prin conducerea automată a proceselor tehnologice. Prin automatizare se înțelege echiparea unor instalații cu dispozitive tehnice care să asigure desfășurarea operațiilor în condiții optime, fără intervenția nemijlocită a operatorului uman.

În automatica clasică se disting două categorii de sisteme automate:

- sisteme de comandă automată SCA (fără reacție);
- sisteme de reglare automată (cu reacție) SRA. Expresia de *reglare* are un înțeles larg și reprezintă un ansamblu de operații care se efectuează cu scopul de a stabili o dependență între valorile unei mărimi dintr-un proces și valorile altor mărimi, independente sau dependente de proces, după o *lege prestabilită* și ținându-se cont de situația reală a procesului din momentul respectiv [10.1]. Reglarea înseamnă *măsurare + comandă*.

În [10.3] se disting trei clase ale procesului de comandă:

1) controlul unei variabile pentru a obține o valoare dorită (fig.10.4)

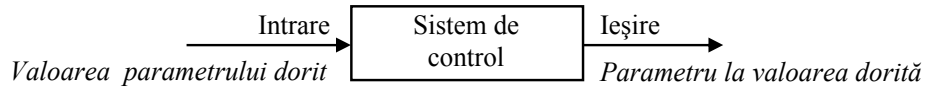


Fig. 10.4 Sistem de control a unei variabile

- Temperatura dintr-o cameră se setează prin setarea parametrului termostatului din componența sistemului de încălzire centrală;
- Viteza unghiulară a arborelui unui motor electric se obține prin impunerea parametrilor mișcării în cadrul programării calculatorului. Acesta va asigura prin comenzi adecvate sensul de mișcare și succesiunea punctelor din legea de mișcare a vitezei (fig.10.5).

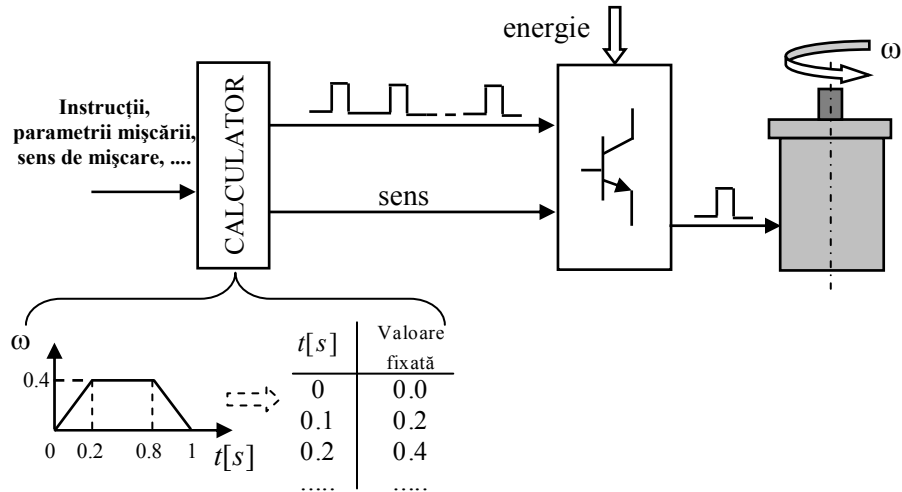


Fig. 10.5 Controlul mișcării în circuit deschis

Controlul mișcării din cazul anterior se poate realiza și în circuit închis prin utilizarea unui traductor în circuitul de reacție (fig.10.6)

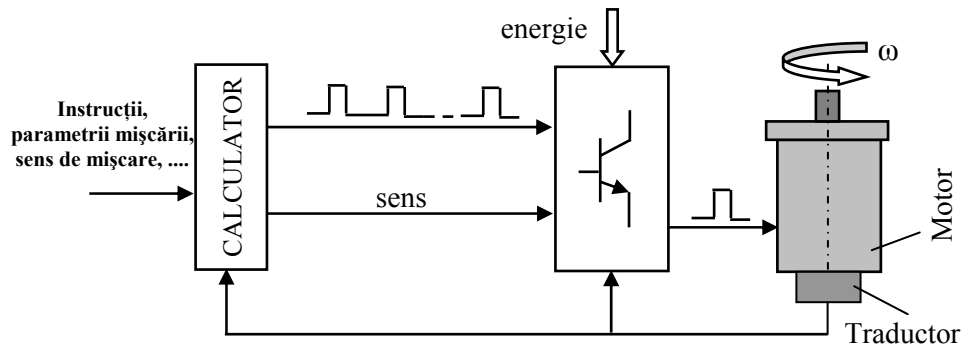


Fig. 10.6 Controlul mișcării în circuit închis (cu reacție)

2) *controlul secvenței unui eveniment*: Un exemplu clasic îl constituie mașina de spălat automată.

Mașina de spălat automată se consideră un produs mecatronic. Suportul clasic de programe mecanic a fost înlocuit cu programator realizat pe circuite logice: o funcție realizabilă mecanic a fost înlocuită cu una mai performantă pe bază de dispozitive electronice. Un set de instrucții corespunzătoare unor evenimente dorite (umplerea cuvei cu apă rece, încălzirea apei la 40°C , umplerea cuvei cu apă caldă la max. 50°C , timpul de spălare, evacuare apă uzată, timp stoarcere, etc.) constituie mărimea de intrare. Secvențele posibile se pot selecta de utilizator prin apăsarea unui buton sau rotirea unui cadran. Dacă condițiile, care caracterizează fiecare secvență, sunt îndeplinite se obține la ieșire evenimentul dorit.

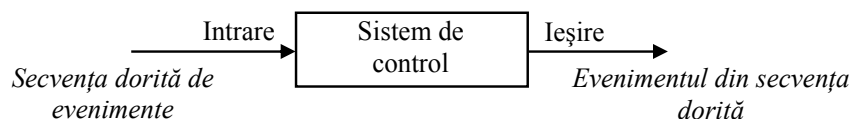


Fig. 10.7 Controlul unei mașini de spălat

3) *controlul prezenței sau absenței unui eveniment*

De ex.: mașina de spălat automată are prevăzut un dispozitiv de control a ușii. Procesul de spălare nu începe atâta timp cât ușa este deschisă. Se realizează astfel o funcție complexă, cea de *protecție* (aceasta se poate defini prin *măsurare+comandă*).

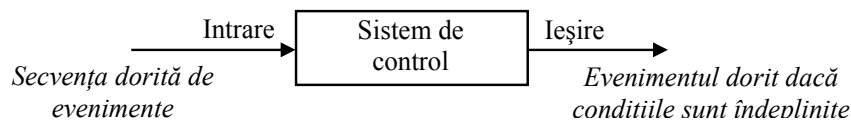


Fig. 10.8 Sistem de control bazat pe îndeplinirea unor condiții specificate

10.1.2. Comandă în circuit deschis și circuit închis

Considerăm un sistem a cărui mărime de intrare $u(t)$ nu depinde de mărimea de ieșire $y(t)$ sau într-o altă exprimare $u(t)$ nu este funcție de $y(t)$ [10.8]. Sistemul se spune că este un *sistem de comandă în circuit deschis*. Sistemul din figura 10.5 este un astfel de sistem în circuit deschis.

Un alt sistem deschis este prezentat în figura 10.9. Sistemul care face obiectul problemei de comandă se identifică cu un motor electric.

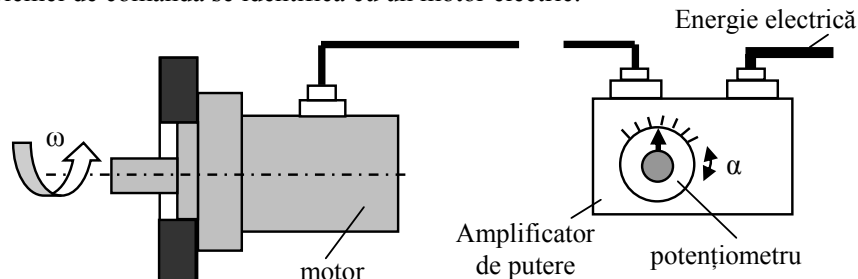


Fig. 10.9 Sistem de comandă în circuit deschis

Viteza unghiulară a motorului, constituie mărimea de ieșire a sistemului și depinde de parametrii tensiunii de alimentare a motorului. Acești parametri constituie mărimea de intrare a sistemului. Parametrii sunt asigurați de amplificatorul de putere care preia energia electrică de la o sursă disponibilă. Prin unghiul α de rotire a cursorului potențimetrului – mărime de referință - atașat amplificatorului de putere se prescrie parametrul de lucru al acestuia. Se poate construi astfel schema bloc a sistemului (fig.10.10). Tensiunea U_m nu este dependentă funcțional de viteza motorului. Sistemul de comandă realizat este în circuit deschis.

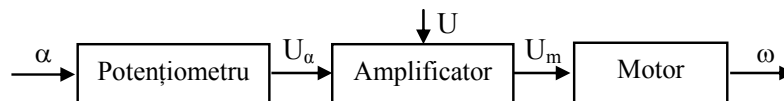


Fig. 10.10 Schema bloc a sistemului de comandă în circuit deschis

Sistemul de comandă în circuit închis are mărimea de intrare dependentă de mărimea de ieșire a sistemului comandat.

Reconsiderăm cazul anterior prin care se impune comanda unui motor electric în circuit închis (fig.10.11).

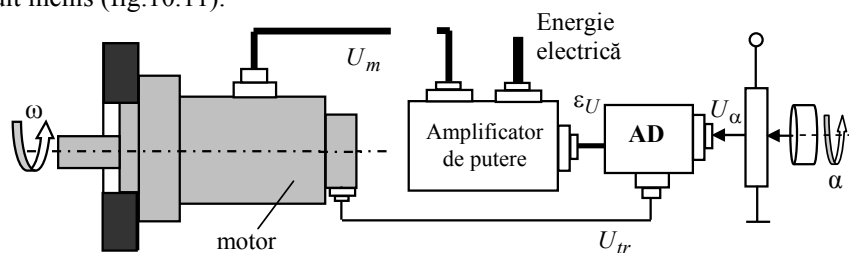


Fig. 10.11 Sistem de comandă în circuit închis

Schema bloc a sistemului de comandă preconizat este prezentată în figura 10.12.

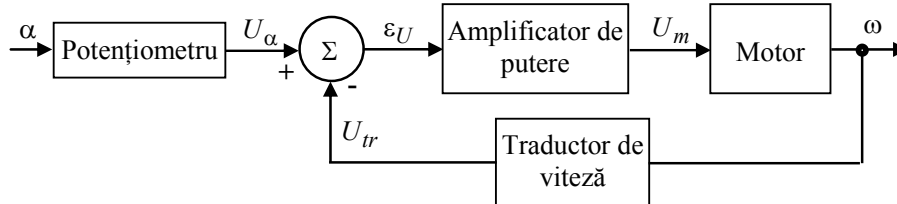


Fig. 10.12 Schema bloc a sistemului de comandă în circuit închis

Potențiomtrul, prin unghiul de rotire convertit în tensiunea U_α , prescrie viteza unghiulară care se dorește a se realiza în sistemul de acționare. Viteza de rotație a arborelui motorului este convertită de un traductor de viteză în tensiunea U_{tr} . Mărimea prescrisă și cea de ieșire sunt comparate de amplificatorul diferențial rezultând eroarea:

$$\varepsilon_U = U_\alpha - U_{tr} \quad (10.1)$$

Amplificatorul de putere, căruia i se aplică eroare ε_U , va asigura alimentarea

motorului cu o tensiune U_m (de parametrii care să determine reducerea erorii). În acest fel, mărimea de intrare aplicabilă sistemului comandat este funcție de mărimea de ieșire. Sistemul de comandă se încadrează astfel în sistem de comandă în circuit închis.

Pe baza celor prezentate anterior se poate concluziona asupra unor scheme generale pentru sistemele de comandă în circuit deschis și respectiv circuit închis. Trei noi componente au fost introduse în structura sistemului de conducere [10.9, 10.10]:

- *controler-ul* – care încorporează legile de comandă și amplificatoarele de putere;
- *actuatorul* – asigură lucrul mecanic necesar acționării elementului comandat;
- *senzorul* – asigură conversia informației de ieșire de la elementul comandat într-un semnal adecvat controlerului

Mărimea de ieșire a controlerului $u(t)$ se constituie în mărime de intrare a elementului comandat dacă actuatorul lipsește sau în mărime de intrare pentru actuator (componentă a sistemului de control – *controlling system* [10.11])

Aceștia i se aplică semnalul de referință $ref(t)$ și semnalul traductorului din bucla de reacție iar la rândul său aplică semnalul de intrare $u_a(t)$ actuatorului (fig.10.14).

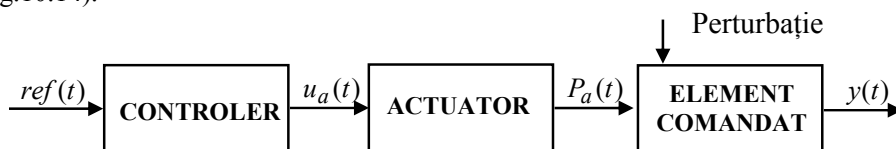


Fig. 10.13 Sistemul de comandă în circuit deschis

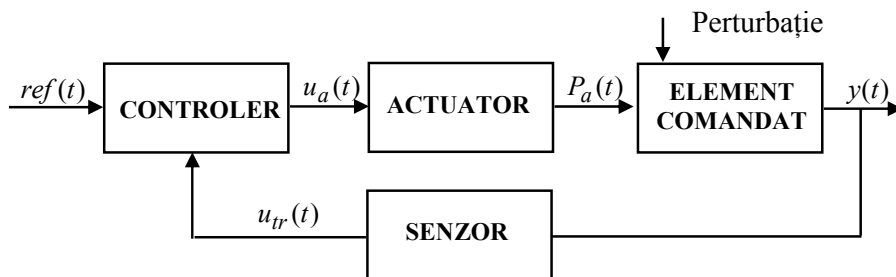


Fig. 10.14 Sistemul de comandă în circuit închis

10.1.3. Elementele componente ale controler-ului

Schema bloc generală a unui controler este prezentată în figura 10.15[10.3],[10.8]. Se remarcă prezența următoarelor elemente:

- *Elementul de comparație* (EC) – realizează o comparație a valorii prescrise (dorite pentru parametrul comandat) cu cea rezultată de la senzorul inclus în sistem. Rezultatul se constituie într-un semnal eroare ε_U . Acest semnal va constitui semnal de intrare pentru elementul de implementare a legilor de comandă;
- *Elementul de implementare a legilor de comandă* – determină acțiunile care se

impun în perspectiva reducerii semnalului eroare. Forma de materializare a acestui element este dependentă de aplicație. Optimizarea elementului constituie una din problemele esențiale în domeniul automatizării. În domeniul mecatronicii se urmărește o optimizare a controlerului concomitent cu optimizarea actuatorului, senzorului și elementului comandat. Una din formele uzuale recunoscute pentru elementul de implementare a legilor de comandă este controlul PID.

- *Amplificatoarele de putere* – pot prelua orice formă de energie – electrică, pneumatică, hidraulică sau chimică. Rolul acestui element este de a asigura parametrul de lucru pentru actuator în conformitate cu legile de comandă stabilite.

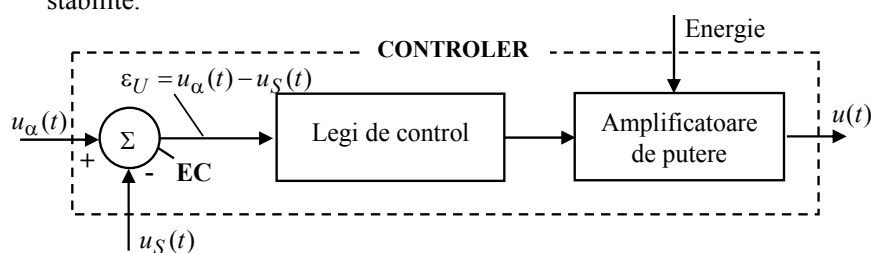


Fig. 10.15 Schema bloc generală a controlerului

În figura 10.16 se prezintă structura reală a unui sistem comandat în circuit închis, actuatorul (motor electric cu senzorul de viteză înglobat) și controlerul aferent, destinată unei aplicații industriale.



Fig. 10.16 Sistem de comandă în circuit închis

Dacă sistemul de comandă este în circuit deschis controlerul se simplifică prin neincluderea elementului de comparație (EC).

10.2. Sistem de comandă discontinuă

10.2.1. Sistem de comandă ON/OFF pentru temperatură

Considerăm un sistem compus dintr-un rezervor de lichid (de ex. apă), un schimbător de căldură și un buton întrerupător /reglaj a admisiei de energie. Admisia cu energie a schimbătorului de căldură (combustibil, energie electrică) este posibilă dacă întrerupătorul este deschis. Consumul de energie poate fi prestabilit din întrerupător pentru diverse nivele de temperatură dorită a lichidului (fig.10.17).

Considerând că procesul de schimbare a căldurii are loc cu un randament η , se poate scrie relația:

$$\eta = \frac{m \cdot c \cdot \Delta\theta}{P \cdot t} \quad (10.2)$$

unde: m – este masa de lichid încălzit; c – este căldura specifică a lichidului; $\Delta\theta$ – diferența de temperatură a lichidului prin încălzire; P – puterea consumată; t – este durata procesului de încălzire a lichidului.

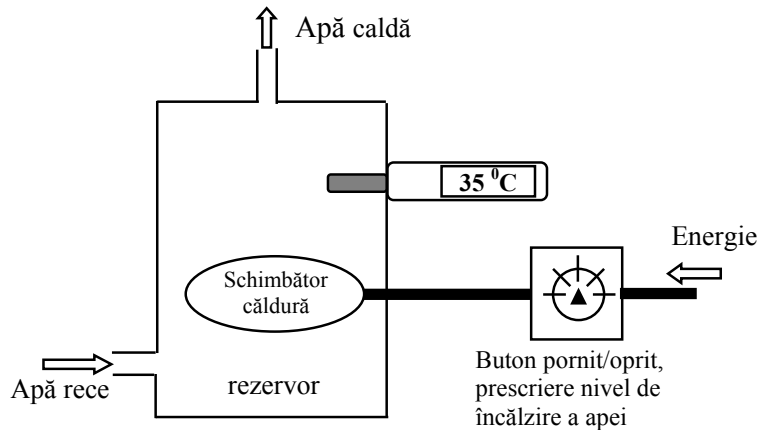


Fig. 10.17 Sistem de încălzire a unui lichid în circuit deschis

Creșterea de temperatură, atâta timp cât butonul de comandă este închis, este proporțională cu puterea consumată și timpul de încălzire:

$$\Delta\theta = \frac{\eta \cdot P \cdot t}{m \cdot c} \quad (10.3)$$

Temperatura lichidului poate fi cunoscută prin utilizarea unui termometru. O perturbație asupra sistemului (de ex. scăderea puterii calorice a combustibilului folosit) determină nerealizarea temperaturii prescrise prin butonul de lucru. Sistemul este în circuit deschis.

Rezolvarea aspectelor negative precizate anterior sunt posibile prin realizarea unui circuit în sistem închis (cu reacție) (fig.10.18). Temperatura dorită θ a lichidului se compară cu temperatura reală θ_0 a acestuia iar diferența este cea care va constitui „cauza” pentru funcționarea sistemului de încălzire a cărui ieșire – „efectul” – este temperatura reală. Diagrama de lucru (explicativă) a sistemului este prezentată în figura 10.19. Temperatura apei este inițial θ_0 . Temperatura dorită a apei a fost setată la valoarea θ_{set} . La momentul de timp t_0 se inițiază procedura de încălzire a apei prin acționarea butonului în starea „pornit” și sistemul trece în starea „ON” de admisie a energiei în sistemul de încălzire. Temperatura apei va crește peste valoarea setată (până la o valoare θ_{max}) moment în care releul termostatic („actuatorul”) va comuta în starea „OFF” de întrerupere a alimentării cu energie. Urmează din acest moment o scădere treptată a temperaturii sub valoarea setată (până la o valoare minimă θ_{min}) moment în care releul termostatic va comuta în starea „ON” corespunzătoare

alimentării cu energie a sistemului de încălzire. Procesul ciclic continuă atâta timp cât întrerupătorul de rețea este închis sau alte elemente de protecție nu impun întreruperea procesului de încălzire a apei. Procesul de încălzire a apei este un proces ciclic în jurul valorii setate într-o bandă dependentă de intervalul celor două nivele (ON / OFF). O apropiere valorică a nivelelor ar conduce la o schimbare a stării sistemelor cu o frecvență mai mare, care este dăunătoare releului termostatic. Optimizarea controlerului este esențială.

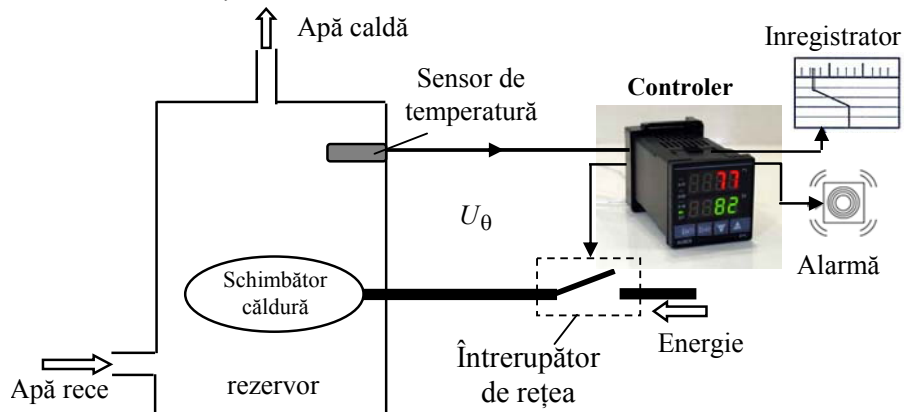


Fig. 10.18 Schema structurală a sistemului de comandă a temperaturii

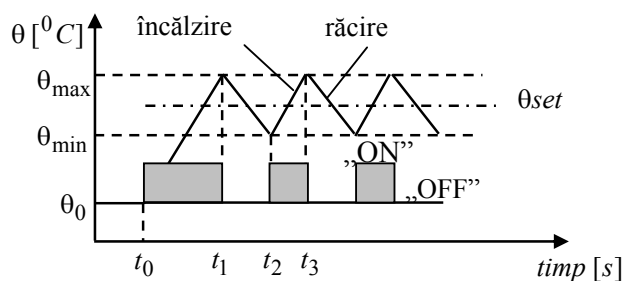


Fig. 10.19 Diagrama de lucru a sistemului (graficul de răspuns a sistemului în timp)

Comanda ON/OFF este o metodă simplă, utilizabilă în procese care nu impun o precizie de lucru extrem de ridicată.

Pentru proiectarea unui controler adecvat aplicației, se impune cunoașterea cerințelor:

- tipul de senzor de intrare (termocuplu, RTD) și intervalul de temperatură de lucru;
- categoria de ieșiri necesare (relee electromecanice, SSR, ieșire analogică)
- algoritmul de control necesar (on / off, proporțional, PID)
- numărul și tipul de ieșiri (încălzire, alarmă, limite).

10.2.2. Sisteme de comandă discontinuă pentru nivelul unui lichid

Comanda discontinuă, atunci când acțiunea conduce la modificări discrete ale unor elemente de execuție sau mașini mai este cunoscută și sub numele de control secvențial (*sequential control*) [10.3].

În figura 10.20 se prezintă schema unui sistem propus pentru o comandă discretă. Sistemul este compus dintr-un rezervor pentru lichid, un punct de alimentare prin servovalvul și un punct de evacuare a lichidului. Cerința funcționării sistemului constă în existența lichidului între un nivel minim și un nivel maxim. Se selectează și se introduc în schema de comandă doi senzori de nivel, S_1 și S_2 , pentru nivelul maxim cerut al lichidului și respectiv nivelul minim. Cele două elemente senzoriale oferă două semnale ON/OFF preluate de controlerul sistemului. Funcție de semnalul de intrare controlerul generează un semnal de ieșire ON/OFF a cărui efect este comanda actuatorului din componența servovalvului.

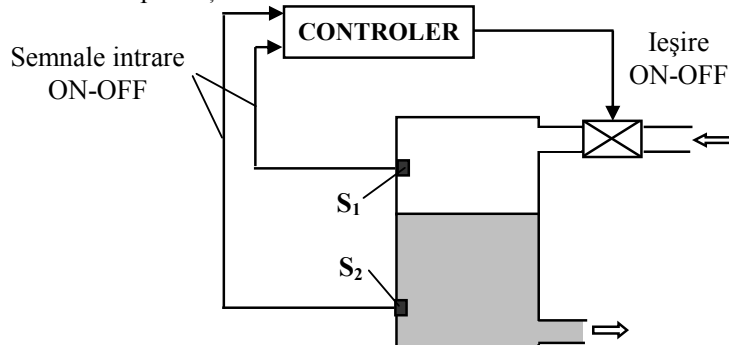


Fig. 10.20 Sistem de comandă discretă a nivelului lichidului dintr-un rezervor

10.2.3. Comanda on-off și controler-ul aferent

10.2.3.1. Introducere

Controlerul de proces înglobează totalitatea componentelor de comandă în scopul prelucrării semnalului eroare și generarea unui semnal care să modifice ieșirea semnalului comandat. Forma cea mai simplă a controlerului este cea a dispozitivului ON – OFF. Capabilitatea unui astfel de sistem este limitată, motiv pentru care s-au realizat variante mai complexe: proporțional (P), integral (I), derivativ (D) sau (PID) care înglobează toate variantele anterioare.

10.2.3.2. Timpi de întârziere în cadrul proceselor de comandă

Procesele supuse procesului de comandă/control suportă timpi de întârziere care trebuie avuți în vedere la proiectarea controlerului.

În instalațiile de transport de masă și energie, mărimea de ieșire rezultă numai după un anumit timp T_M - *imp mort* (dead time). Comanda temperaturii dintr-un sistem este afectată de un astfel de timp. Cauzele acestui timp țin de dimensiunea căilor de transport ale materialului (benzi de transport, lungimea conductelor pentru lichid,

debitul scăzut a unui lichid într-o conductă, poziția sensorului de temperatură la o distanță apreciabilă față de punctul în care are loc schimbul de lichide, etc.), construcția unor elemente senzoriale (de ex. o manta supradimensionată a unui termocuplu). *Timpul de întârziere* (și sub termenul *distance – velocity lag*) se încadrează în această categorie.

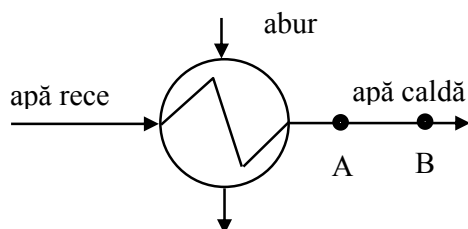


Fig. 10.21 Localizarea senzorilor de temperatură în pozițiile A și B

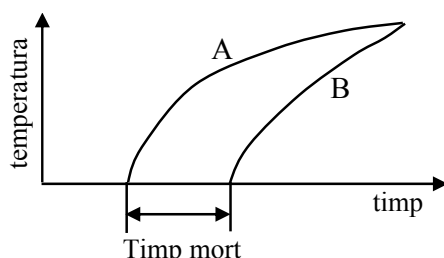


Fig. 10.22 Răspunsul diferit al elementelor senzoriale și timpul mort

Capacitatea sistemului (include capabilitatea sistemului de a stoca energie) și *rezistența* elementelor din proces (rezistența de a transfera energie între capacități) influențează de asemenea timpii de întârziere.

10.2.3.3. Controler în comanda on-off

În comanda on-off controlerul devine practic un *releu*.

Un exemplu de astfel de controler (în sistemele pentru comanda temperaturii) este oferit de facilitatea utilizării elementelor bimetalice. Aceste elemente sunt întâlnite într-o serie de aplicații tehnice: dispozitive de conectare și protecție, termostate pentru controlul și reglarea temperaturii, aparate pentru măsurarea temperaturii, presiunii sau umidității, relee termoelectrice în telecomunicații etc.

Elementul bimetalic constă din două lamele metalice lipite sau sudate între ele. Cele două lamele sunt realizate din materiale cu coeficienți de dilatare liniară diferiți. Materialul cu coeficientul de dilatare liniară mai mare se numește activ iar cel de-al doilea se numește pasiv. La modificarea temperaturii ansamblului, cele două lamele tind să se dilate diferit astfel încât rezultă o încovoiere a lamelelor înspre materialul pasiv. Această variație de temperatură, echivalentă unui semnal de intrare, determină un semnal care se poate echivala cu:

- mișcare (deplasare) datorită deformării;
- forță datorită tensiunilor interne, dacă forțe exterioare se opun producerii deformării.

Prin efectele pe care le produce, elementul elastic are o funcționalitate dublă: de senzor și actuator.

Formele constructive ale arcului bimetalic sunt diverse: lamelar drept (a, b), curbat, spiral, elicoidal, lamelar ondulat, rondelă (fig.10.23). Atașând contacte unei astfel de structuri se poate obține construcția unui termostat (fig.10.24)

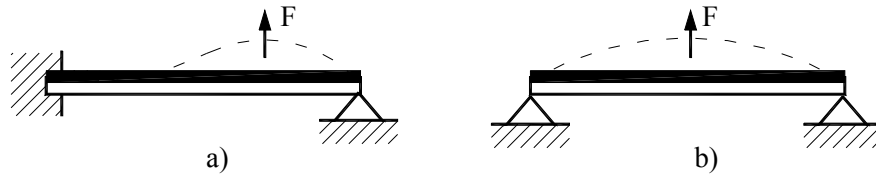


Fig. 10.23 Arc bimetalic

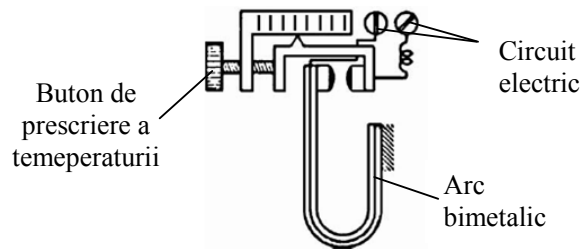


Fig. 10.24 Termostat bimetalic

Datorită timpilor de întârziere în sistemul comandat și a unei comenzi discontinue, temperatura are oscilații ciclice în jurul valorii setate (fig.10.23). Zona astfel determinată poartă denumirea de „zonă neutră” sau „bandă moartă” (dead band). De exemplu, la o temperatură setată de 20°C poate exista o bandă $19.5^{\circ}\text{C} - 20.5^{\circ}\text{C}$.

Construcția termostatului trebuie să țină cont de necesitatea forței de separare a contactelor și crearea unei lățimi de bandă reduse. Se realizează acest lucru prin materializarea unui contact din fier moale iar cel de-al doilea din magnet permanent [10.3].

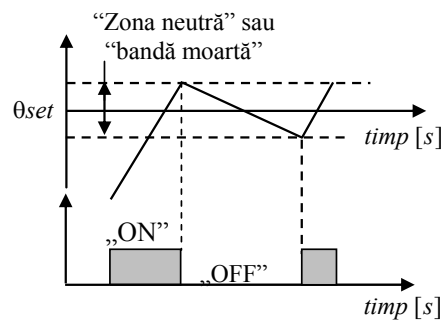


Fig. 10.25 Banda neutră a unui controler on-off

În automatica clasică controlerul on-off se întâlnește și sub numele de regulator bipozițional cu o caracteristică prezentată în figura 10.26. Denumirea provine de la faptul că mărimea de comandă x_c poate să ia doar două valori în funcție de semnalul

abaterii. Caracteristica ideală din figura 10.26a devine practic o caracteristică cu histereză (fig.10.26b) unde „s” se numește zona de insensibilitate a regulatorului.

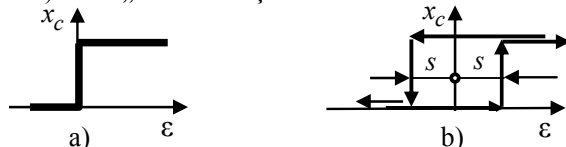


Fig. 10.26 Caracteristica statică a regulatorului bipozițional: a) fără histereză; b) cu histereză

10.3. Sisteme de comandă continue

10.3.1. Teorema valorii inițiale și valorii finale

10.3.1.1. Definiții

Reamintim aceste teoreme care enunță modalitatea determinării valorii unei funcții de timp la momentele $t = 0$ și respectiv $t \rightarrow \infty$ direct, din transformata Laplace și fără a mai face apel la transformarea inversă.

Conform teoremei valorii inițiale, valoarea unei funcții de timp la momentul $t = 0$ este:

$$\lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sY(s) \quad (10.4)$$

Conform teoremei valorii finale, valoarea unei funcții de timp la momentul $t \rightarrow \infty$ este:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sY(s) \quad (10.5)$$

10.3.1.2. Exemplu de calcul

Se consideră funcția de transfer

$$Y(s) = \frac{450}{s \cdot (s^2 + 2s + 45)} \quad (10.6)$$

și se cere să se determine valoarea funcției $y(t)$ la momentele de timp $t = 0$ și $t \rightarrow \infty$.

Conform teoremei valorii inițiale:

$$y(0) = \lim_{t \rightarrow 0} y(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot \frac{450}{s(s^2 + 2s + 45)} = \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{450}{(s^2 + 2s + 45)} = 0 \quad (10.7)$$

Conform teoremei valorii finale:

$$y(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{450}{s(s^2 + 2s + 45)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{450}{(s^2 + 2s + 45)} = \frac{450}{45} = 10 \quad (10.8)$$

10.3.2. Abaterile staționare ale sistemelor automate datorită perturbațiilor de la intrare

10.3.2.1. Introducere

În cazul sistemelor automate este de dorit a se stabili abaterile staționare generate de mărimea de intrare. Abaterea staționară $\varepsilon(t)$ se determină prin diferența dintre mărimea staționară prescrisă și mărimea staționară de ieșire reală (fig10.27).

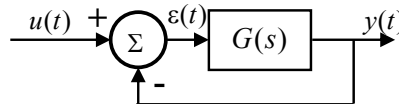


Fig. 10.27 Schema bloc a unui sistem automat cu reacție unitară negativă

Funcția de transfer a sistemului deschis $G(s)$ se poate prezenta sub o formă generală (vezi cap.6):

$$G(s) = \frac{K(\tau_1 s + 1)(\tau_3 s + 1) \cdots}{s^n (\tau_2 s + 1)(\tau_4 s + 1) \cdots} \quad (10.9)$$

Sistemul automat are un răspuns staționar bine precizat la diferite tipuri de mărime de intrare, în funcție de exponentul n a termenului s^n (datorat polilor din origine). Funcție de exponentul n se definesc: *sistemul tip 0* pentru $n = 0$, *sistemul tip 1* pentru $n = 1$, *sistemul tip 2* pentru $n = 2$, *sistemul tip 3* pentru $n = 3$. **A nu se confunda această terminologie cu ordinul sistemului.**

Pentru aprecierea calitativă a comportării sistemului automat, se consideră trei categorii pentru mărimea de intrare:

- Mărime de intrare treaptă și vorbim de o eroare staționară (de poziție):

$$u(t) = A \quad (10.10)$$

- Mărime de intrare rampă și vorbim de o eroare la viteză

$$u(t) = vt \quad (10.11)$$

- Mărime de intrare parabolică și vorbim de o eroare la accelerație constantă

$$u(t) = \frac{1}{2} at^2 \quad (10.12)$$

În ipoteza unor sisteme automate cu reacție unitară, coeficienții abaterilor staționare se definesc astfel:

- *Coeficientul abaterii de poziție:*

$$K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) \quad (10.13)$$

- *Coeficientul abaterii de viteză:*

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) \quad (10.14)$$

- *Coeficientul abaterii de accelerație:*

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2 G(s) \quad (10.15)$$

Transformata Laplace a erorii se poate scrie sub forma:

$$E(s) = U(s) - Y(s) \quad (10.16)$$

sau după transformări:

$$E(s) = \frac{U(s)}{1 + G(s)} \quad (10.17)$$

10.3.2.2. Coeficientul abaterii de poziție (staționar)

Pentru a determina abaterea în poziție la regim staționar ($t \rightarrow \infty$) se poate aplica teorema valorii finale:

$$\varepsilon_0 = \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{U(s)}{1 + G(s)} \quad (10.18)$$

Pentru o mărime de intrare de tip treaptă (rel.10.10) transformata Laplace este:

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\{A\} = \frac{A}{s} \quad (10.19)$$

astfel că relația anterioară devine:

$$\varepsilon_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{\frac{A}{s}}{1 + G(s)} = \frac{A}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{A}{1 + K_0} \quad (10.20)$$

Relația (10.20) arată că eroarea staționară depinde de coeficientul determinat de funcția de transfer a sistemului deschis. Având în vedere relația (10.9) se pot calcula următoarele abateri staționare:

- pentru sistem tip “0”, pentru care $n = 0$:

$$K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = K \quad (10.21)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{A}{1 + K} \quad (10.22)$$

- pentru sistem tip “1”, pentru care $n = 1$:

$$K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K}{0 \cdot 1} = \infty \quad (10.23)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{A}{1 + \infty} = 0 \quad (10.24)$$

- sistem tip “2” pentru care $n = 2$:

$$K_0 = \lim_{s \rightarrow 0} G(s) = \frac{K}{0 \cdot 1} = \infty \quad (10.25)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{1 + \lim_{s \rightarrow 0} G(s)} = \frac{A}{1 + \infty} = 0 \quad (10.26)$$

Pe baza celor prezentate anterior se pot preciza următoarele:

- abaterea staționară a răspunsului la o funcție treaptă pentru un sistem tip zero ($n=0$) este finită iar raportul abaterii staționare și amplitudinii funcției treaptă este:

$$\frac{\varepsilon_0}{A} = \frac{1}{1 + K} \quad (10.27)$$

În figura 10.28 se evidențiază semnificația erorii staționare pentru cazul unei mărimi de intrare treaptă unitară ($A=1$).

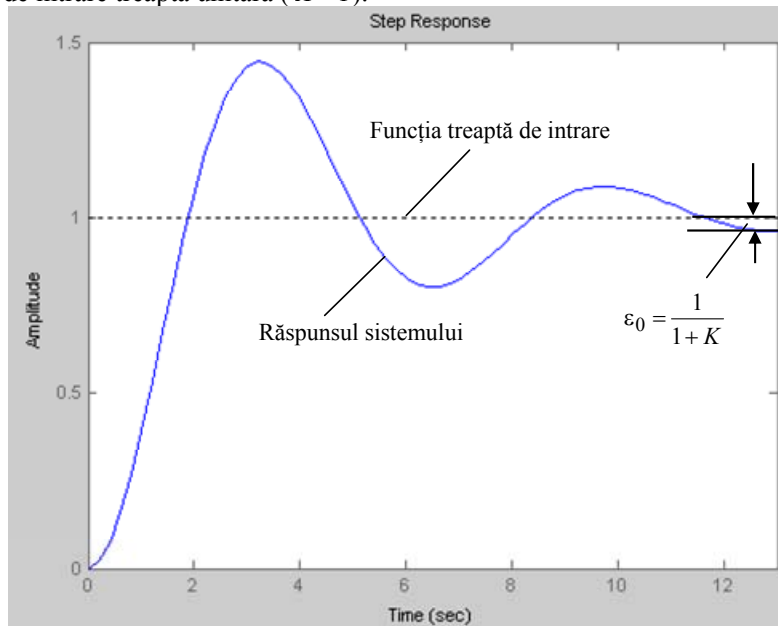


Fig. 10.28 Răspunsul sistemului tip „0” și eroarea staționară

- abaterea staționară a răspunsului, la o funcție treaptă pentru un sistem tip unu și mai mare ($n \geq 1$), este nulă.

10.3.2.3. Coeficientul abaterii de viteză

Pentru o mărime de intrare rampă (rel. 10.11), funcția de transfer este:

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\{vt\} = \frac{v}{s^2} \quad (10.28)$$

Se utilizează și în acest caz teorema valorii finale pentru rel. 10.17 și rel.10.14. În acest caz, eroarea de viteză va fi:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{v/s^2}{1+G(s)} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{v}{s + sG(s)} \\ &= \frac{v}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{v}{K_v} \end{aligned} \quad (10.29)$$

care se particularizează funcție de tipul sistemului:

- pentru sistem tip "0", pentru $n = 0$,

$$\varepsilon_0 = \frac{v}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{v}{0 \cdot K} = \infty \quad (10.30)$$

ceea ce înseamnă că pentru un sistem tip 0, abaterea este infinită și acest sistem nu poate urmări urmări o funcție rampă.

- Pentru un sistem tip "1", pentru $n = 1$,

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{K}{1} = K \quad (10.31)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{v}{K} \quad (10.32)$$

ceea ce înseamnă că abaterea este proporțională cu viteza (fig.10.29).

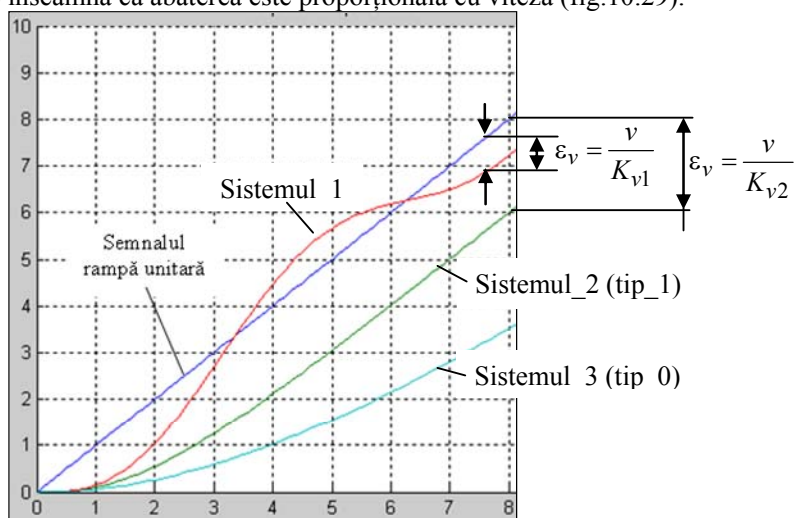


Fig. 10.29 Răspunsul la o funcție de intrare rampă al unui sistem și eroarea

- pentru un sistem tip "2", pentru care $n = 2$:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} sG(s) = \frac{K}{0 \cdot 1} = \infty \quad (10.33)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{v}{\lim_{s \rightarrow 0} sG(s)} = \frac{v}{\infty} = 0 \quad (10.34)$$

ceea ce înseamnă că pentru un sistem tip 2 sau ordin superior, abaterea este zero; aceste sisteme urmăresc cu precizie funcția rampă.

10.3.2.4. Coeficienții abaterii de accelerație

Să considerăm mărimea de intrare de tip parabolic descrisă de rel. (10.12) pentru care transformata Laplace este:

$$U(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \mathcal{L}\left\{\frac{1}{2}at^2\right\} = \frac{a}{s^3} \quad (10.35)$$

și pentru care se poate calcula eroarea de accelerație:

$$\begin{aligned} \varepsilon_0 &= \lim_{t \rightarrow \infty} \varepsilon(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{a/s^3}{1+G(s)} = \\ &= \lim_{s \rightarrow 0} \frac{a}{s^2 + s^2G(s)} = \frac{a}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)} = \frac{a}{K_a} \end{aligned} \quad (10.36)$$

particularizată pentru tipul de sistem:

- pentru un sistem tip "0", pentru care $n = 0$:

$$\varepsilon_0 = \frac{a}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)} = \frac{a}{0 \cdot K} = \infty \quad (10.37)$$

ceea ce înseamnă că pentru un sistem tip 0, abaterea este infinită; acest sistem nu poate urmări o funcție treaptă de accelerație

- pentru un sistem tip "1", pentru care $n = 1$:

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s) = 0 \cdot \frac{K}{1} = 0 \quad (10.38)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{a}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)} = \frac{a}{0} = \infty \quad (10.39)$$

ceea ce înseamnă că pentru un sistem tip 1, abaterea este infinită;

- pentru un sistem tip "2", pentru care $n = 2$:

$$K_a = \lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s) = \frac{K}{1} = K \quad (10.40)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{a}{\lim_{s \rightarrow 0} s^2G(s)} = \frac{a}{K} \quad (10.41)$$

ceea ce înseamnă că pentru un sistem tip 2 sau de ordin superior, abaterea este proporțională cu accelerația.

10.3.2.5. Abaterile staționare într-o formă structurală generală

Dacă schema bloc a sistemului analizat prezintă o formă mai complexă, aceasta se poate aduce la formă mai simplă pe care metoda de analiză prezentată poate fi dezvoltată în întregul său. Dacă schema bloc prezintă forma din figura 10.30, se constată că prin introducerea unei reacții $H(s) \neq 1$ și a blocului cu funcția de transfer $G_2(s)$ adăugat la intrare, abaterea staționară primește o altă semnificație.

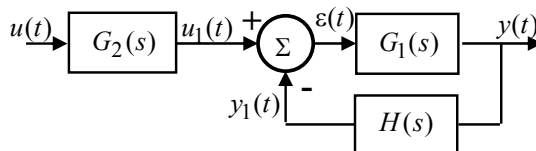


Fig. 10.30 Schemă bloc generalizată

Eroarea este definită de mărimile $u_1(t)$ și respectiv $y_1(t)$ cu transformatele Laplace echivalente:

$$U_1(s) = G_2(s) \cdot U(s) \quad (10.42)$$

$$Y_1(s) = H(s) \cdot Y(s) \quad (10.43)$$

Transformata Laplace a erorii va fi:

$$E(s) = U_1(s) - Y_1(s) = G_2(s)U(s) - H(s)Y(s) \quad (10.44)$$

sau după transformări asupra schemei bloc:

$$E(s) = \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s)H(s)} \cdot U(s) \quad (10.45)$$

Valorile abaterilor staționare se calculează la fel pentru cele trei tipuri de mărimi de intrare și aplicând teorema valorii finale:

- Pentru mărime de intrare de tip treaptă de poziție:

$$\varepsilon_0 = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot H(s)} \cdot \frac{A}{s} = A \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot H(s)} \quad (10.46)$$

- Pentru mărime de intrare de tip rampă (viteză):

$$\varepsilon_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot H(s)} \cdot \frac{v}{s^2} = v \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_2(s)}{G_1(s) \cdot H(s)} \quad (10.47)$$

- Pentru mărime de intrare de tip parabolic (acelerație constantă):

$$\varepsilon_a = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \frac{G_2(s)}{1 + G_1(s) \cdot H(s)} \cdot \frac{a}{s^3} = a \cdot \lim_{s \rightarrow 0} \frac{G_2(s)}{s^2 G_1(s) \cdot H(s)} \quad (10.48)$$

Pe parcursul analizei trebuie să se aibă în vedere că determinarea erorii prin diferența mărimilor de intrare și de ieșire să fie între mărimi cu aceleași unități de măsură. Dacă de ex. mărimea prescrisă este un unghi iar mărimea de ieșire este tensiune, se introduce elementul care realizează conversia unghi – tensiune.

Concluziile privitoare la valorile coeficienților și valorile erorilor sunt prezentate în tabelul 10.1.

Tabelul 10.1

n	K_0	ε_0	K_v	ε_v	K_a	ε_a
0	K	$\frac{A}{1+K_0}$	0	∞	0	∞
1	∞	0	K	$\frac{v}{K_v}$	0	∞
2	∞	0	∞	0	K	$\frac{a}{K_a}$

10.3.2.6. Exemplu de calcul

Un sistem radar trebuie să urmărească o țintă cu o viteză de 30 rad/min cu o eroare de poziție maximă de 0.25^0 (fig.10.31). Se cere să se determine coeficientul abaterii de viteză pentru un sistem de tip 1 care realizează acțiunea dată.



Fig. 10.31 Antenă radar și obiectul urmărit

Viteza de lucru a antenei se poate transforma sub forma:

$$\omega = 30 \text{ rad} / \text{min} = 0.5 \text{ rad} / \text{s} \quad (10.49)$$

Eroarea de viteză admisă în procesul de urmărire este:

$$\varepsilon_v = 0.25^0 = 0.25^0 \cdot \frac{3.14}{180^0} = 0.00436 \text{ rad} \quad (10.50)$$

Din tabelul 10.1 se poate determina și calcula coeficientul de abatere în viteză:

$$K_v = \frac{v}{\varepsilon_v} = \frac{0.5}{0.00436} \approx 114.68 \text{ s}^{-1} \quad (10.51)$$

10.3.2.7. Exemplu de calcul

Un sistem automat are schema bloc din figura 10.32. Eroarea staționară de viteză

admisă este de 15 %. Se cere să se determine coeficientul de amplificare K care asigură încadrarea în această limită.

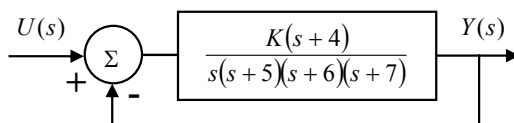


Fig. 10.32 Sistem automat cu eroare staționară

Din analiza funcției de transfer a sistemului, rezultă că acesta se încadrează în categoria sistemelor tip 1. Eroare staționară finită și diferită de zero se regăsește la o mărime de intrare de tip rampă (viteză) pentru care eroarea este:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{K_v} = 0.15 \quad (10.52)$$

iar coeficientul abaterii de viteză:

$$K_v = \frac{1}{0.15} \approx 6.66 \quad (10.53)$$

Conform cu rel. (10.14), coeficientul abaterii de viteză se calculează din funcția de transfer a sistemului:

$$K_v = \lim_{s \rightarrow 0} s \frac{K(s+4)}{s(s+5)(s+6)(s+7)} = \frac{4K}{5 \cdot 6 \cdot 7} = \frac{4K}{210} \quad (10.54)$$

Din cele două relații anterioare se determină amplificarea necesară:

$$K = \frac{210K_v}{4} \approx 350 \quad (10.55)$$

10.3.2.8. Concluzii

Dintr-o analiză doar a tabelului 10.1 s-ar putea trage concluzia că un sistem automat este cu atât mai bun cu cât este de tip mai mare. Calitatea sistemului trebuie însă apreciată în întreaga sa complexitate: sensibilitate, stabilitate, abateri la frecvențe joase, abateri staționare, etc.

Perturbațiile care apar în sarcina sistemului produc de asemenea abateri staționare. Modul de analiză este asemănător celor prezentate anterior. O serie de sisteme sunt analizate și la mărime de intrare de tip supracelerație (*jerk*).

Calitatea sistemului se poate îmbunătăți prin introducerea în componența sistemului automat a unui element *compensator* materializat printr-un controler adecvat [10.5].

10.3.3. Comanda proporțională

10.3.3.1. Ecuațiile și caracteristicile controlerului proporțional

Să reconsiderăm problema controlerului în cadrul sistemelor de reglare automată

(fig.10.33).

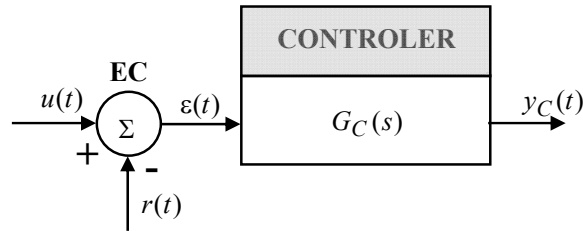


Fig. 10.33 Controlerul și eroarea de reglare

Elementul de comparație EC realizează practic operația matematică de scădere a semnalelor corespunzătoare mărimii de intrare $u(t)$ (denumită uneori și mărime de referință) și a celei de reacție $r(t)$. Mărimea de ieșire a elementului de comparație se constituie în eroarea $\varepsilon(t)$. Modul de materializare a elementului de comparație este de la variante simple până la forme electronice: mecanism cu bare, potențiometre, selsine, amplificatoare operaționale.

Soluția depinde de aplicație, de specificul sistemului comandat (electric, pneumatic, hidraulic). În figura 10.34 se prezintă o variantă a elementului de comparație.

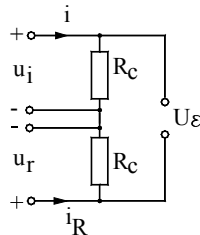


Fig. 10.34 Element de comparație (EC)

Semnalul corespunzător mărimii de intrare este reprezentat prin tensiunea u_i iar semnalul corespunzător mărimii de reacție prin tensiunea u_r . Două rezistențe egale R_c sunt străbătute în sensuri opuse de curenții i_R și respectiv i . Curentul i_R este proporțional cu mărimea reglată, iar i este proporțional cu mărimea de intrare. Tensiunea la ieșirea din elementul de comparație EC se poate exprima prin relația:

$$U_{\varepsilon} = R_c \cdot i - R_c \cdot i_R = R_c \cdot i_{\varepsilon} \quad (10.56)$$

și va fi proporțională cu eroarea ε a sistemului de reglare.

Legea de comandă proporțională se materializează printr-un controler de tip P a cărei caracteristică este liniară și proporțională cu eroarea

$$y_C(t) = K_P \cdot \varepsilon(t) \quad (10.57)$$

unde K_P este factorul de amplificare a controlerului (coeficientul de proporționalitate).

Metoda flotorului pentru comanda nivelului de lichid într-un rezervor este un exemplu de controler proporțional. Controlerul este materializat prin bara articulată în

punctul A. Eroarea sistemului este determinată de variația nivelului de lichid și se manifestă ca și mișcare pe verticală a plutitorului. Mărimea de ieșire a controlerului este materializată prin mișcarea pe verticală (în sens contrar plutitorului) a clapetei:

$$y_{clapeta} = \frac{l_1}{l_2} \cdot \varepsilon \quad (10.58)$$

Debitul de lichid pentru alimentarea rezervorului este comandat în mod continuu (fig.10.35).

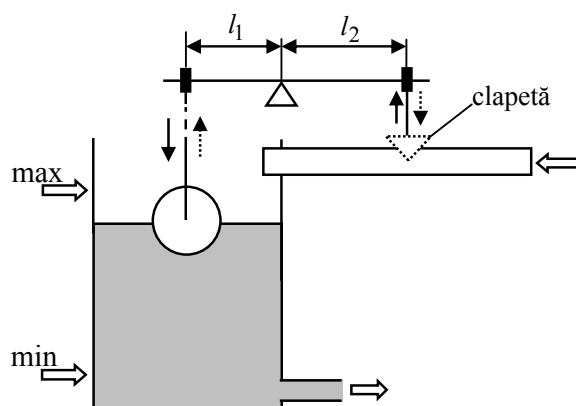


Fig. 10.35 Controler proporțional cu flotor

Câteva terminologii se impun pentru descrierea controlerului:

- *Domeniul reglat (span) Δ_i* – se definește prin diferența dintre valorile extreme cu care operează sistemul. De ex.: dacă sistemul reglează temperatura între 0 °C și 30 °C avem un domeniu reglat de 30 °C
- *Domeniul de acțiune Δ_c* - pentru mărimea de ieșire a controlerului este în general 4 – 20 mA;
- *Caracteristica teoretică* a controlerului este prezentată în figura 10.36a. Se consideră că inerția elementelor proprii ale controlerului sunt neglijabile față de cele ale celorlalte elemente din sistem. În figura 10.36b se prezintă caracteristica unui controler proporțional a cărui ieșire depinde de valoarea și semnul erorii.

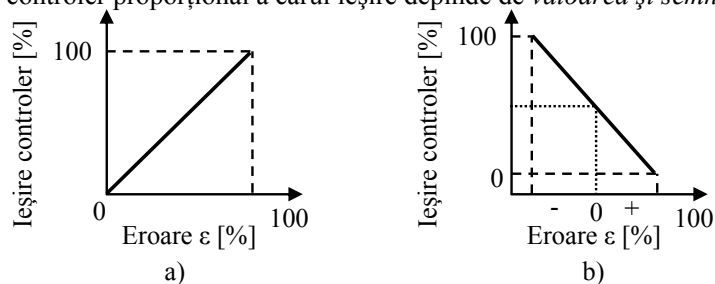


Fig. 10.36 Caracteristici ale controlerului proporțional

- În locul coeficientului de proporționalitate K_P se folosește și noțiunea de bandă

de proporționalitate BP : procentul din domeniul variație al mărimii de intrare care, ținând seama de factorul K_P , produce la ieșire o variație a mărimii de ieșire egală cu domeniul de variație al acesteia:

$$BP \cdot \frac{\Delta_i}{100} \cdot K_P = \Delta_c \quad (10.59)$$

sau, presupunând domenii de variație egale (fig.10.37)

$$BP = \frac{100}{K_P} \quad (10.60)$$

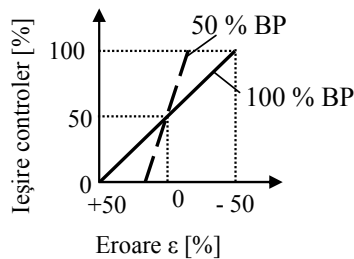


Fig. 10.37 Banda de proporționalitate

10.3.3.2. Răspunsul sistemului cu un controler proporțional

Aplicând transformata Laplace funcției (10.57) se obține funcția de transfer a controlerului proporțional (P):

$$G_{CP} = \frac{Y_C(s)}{E(s)} = K_P \quad (10.61)$$

Schema bloc al unui sistem cu un controler proporțional înserat și cu reacție unitară negativă este prezentată în figura 10.38.

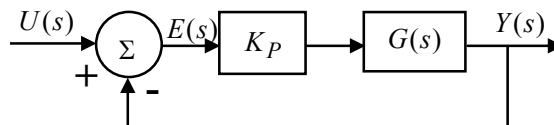


Fig. 10.38 Sistem de reglare automată cu controler proporțional

Eroarea sistemului este în acest caz:

$$E(s) = \frac{1}{1 + K_P G(s)} \cdot U(s) \quad (10.62)$$

Relația anterioară permite calculul erorii staționare pentru o anumită mărime de intrare conform celor precizate în § 10.3.2. Pentru o mărime de intrare de tip treaptă, eroare staționară este:

$$\varepsilon_0 = \frac{A}{1 + K \cdot K_P} \quad (10.63)$$

Valori reduse ale factorului de proporționalitate conduc la erori finite de valori relativ ridicate. Valori ridicate ale factorului K_P conduc la reducerea erorilor (fig.10.39).

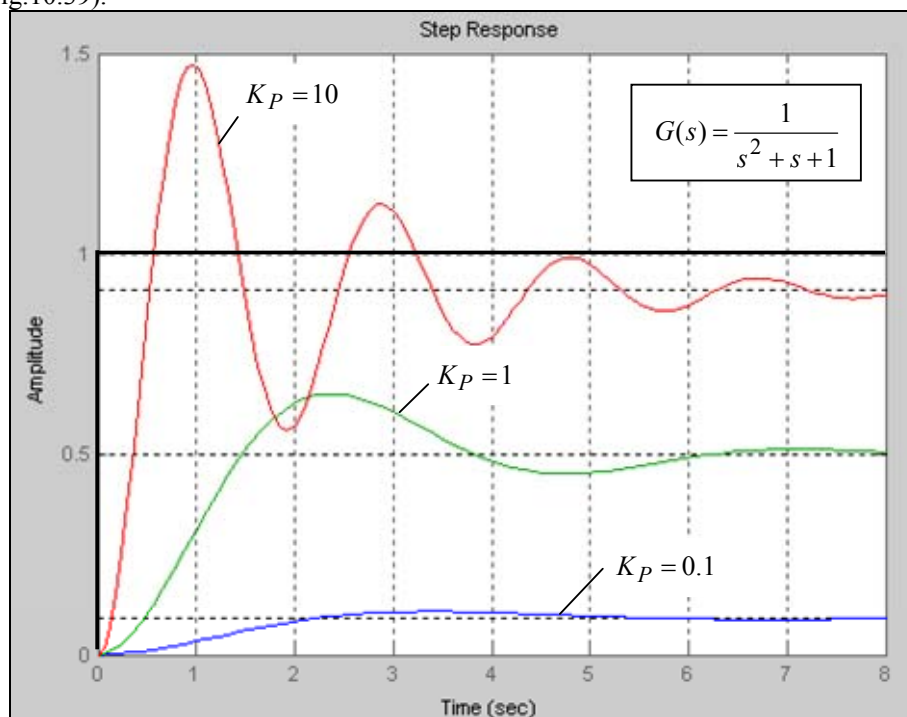


Fig. 10.39 Răspunsul sistemului de tip „0” pentru diferite valori ale lui K_P

În cap.5 am analizat influența perturbațiilor asupra răspunsului sistemului. Să analizăm răspunsul sistemului în prezența unor perturbații și în cazul utilizării unui controler proporțional (fig.10.40)

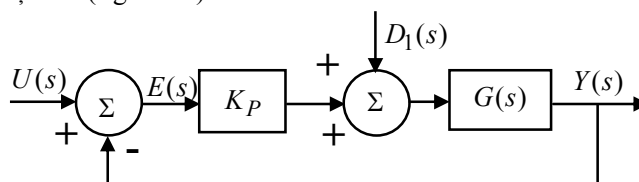


Fig. 10.40 Sistem automat cu perturbații și controler proporțional

Utilizând algebra schemelor bloc, se poate determina răspunsul sistemului analizat sub forma:

$$Y(s) = \frac{K_P G(s)}{1 + K_P G(s)} \cdot U(s) + \frac{G(s)}{1 + K_P G(s)} \cdot D_1(s) \quad (10.64)$$

Al doilea termen din răspunsul sistemului este contribuția perturbațiilor. Conform cu analizele anterioare se poate specifica că un factor de proporționalitate

ridicat reduce influența perturbațiilor.

Dacă sistemul supus unei reglări este un sistem de ordinul întâi cu funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \quad (10.65)$$

funcția de transfer a sistemului cu reacție negativă unitară va fi:

$$G_1(s) = \frac{K_P \cdot \frac{1}{\tau s + 1}}{1 + K_P \cdot \frac{1}{\tau s + 1}} = \frac{\frac{K_P}{1 + K_P}}{\frac{\tau}{1 + K_P} s + 1} \quad (10.66)$$

Se observă că prezența controlerului proporțional reduce constanta de timp a sistemului de ordinul întâi.

10.3.4. Controler derivativ și respectiv proporțional – derivativ

Controlerul derivativ (**D**) are ecuația ideală:

$$y_{C,D}(t) = T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \quad (10.67)$$

unde T_d are dimensiune de timp și poartă denumirea de constantă de timp derivativă. Acțiunea controlerului are o singură componentă care este proporțională cu derivata funcției eroare. Ecuația anterioară permite determinarea funcției de transfer a controlerului derivativ:

$$G_{CD} = sT_d \quad (10.68)$$

Controlerul proporțional – derivativ (**PD**) are o acțiune cu două componente, dintre care una este proporțională cu abaterea ε iar cea de-a doua cu derivata acesteia:

$$y_{C,PD}(t) = T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + K_P \cdot \varepsilon(t) = K_P \cdot \left(T_D \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} + \varepsilon(t) \right) \quad (10.69)$$

unde $T_D = T_d / K_P$ este constanta de timp derivativă a controlerului.

Funcția de transfer a controlerului (**PD**) va fi:

$$G_{C,PD} = sT_D + K_P \quad (10.70)$$

10.3.5. Controler integrativ și respectiv proporțional – integrativ

Controlerul integrativ (**I**) are o acțiune proporțională cu integrala funcției eroare:

$$y_{C,I}(t) = \frac{1}{T_i} \cdot \int \varepsilon(t) \cdot dt \quad (10.71)$$

unde: T_I este o constantă denumită timpul integral al controlerului.

Controlerul **I** în formă independentă este rar utilizat datorită întârzierilor pe care le introduce.

Acțiunea integrativă se poate cupla cu cea proporțională într-o variantă (**PI**) cu caracteristici superioare. Ecuația unui astfel de controler este:

$$y_{C,PI}(t) = K_P \cdot \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int \varepsilon(t) \cdot dt = K_P \left(\varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int \varepsilon(t) \cdot dt \right) \quad (10.72)$$

unde $T_I = K_P \cdot T_i$ este constanta de timp de integrare a controlerului. Relația scoate în evidență faptul că cele două componente pot fi modificate independent.

Funcția de transfer a controlerului **PI** este:

$$G_{C,PI} = \frac{1}{sT_I} + K_P \quad (10.73)$$

10.3.6. Controler proporțional integrativ și derivativ (PID)

Acest controler este cel mai complex din rândul celor prezentate și reprezintă o acțiune cumulativă descrisă de ecuația:

$$\begin{aligned} y_{C,PID}(t) &= K_P \cdot \varepsilon(t) + \frac{1}{T_i} \cdot \int \varepsilon(t) \cdot dt + T_d \cdot \frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \\ &= K_P \left(\varepsilon + \frac{1}{T_I} \cdot \int \varepsilon \cdot dt + T_D \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \right) = K_P \left(\varepsilon + K_I \cdot \int \varepsilon \cdot dt + K_D \cdot \frac{d\varepsilon}{dt} \right) \end{aligned} \quad (10.74)$$

Regulatorul **PID** dispune de trei parametri ajustabili K_P , T_I , T_D ceea ce asigură posibilități mult mai largi în asigurarea legilor de reglare decât la oricare dintre regulatoarele prezentate anterior.

10.3.7. Realizarea controlerului pe bază de amplificatoare operaționale

În cazul general, *elementul pentru implementarea legilor de comandă* dintr-un controler electronic continuu poate fi considerat ca având structura din figura 10.41. Acesta se compune dintr-un amplificator operațional AO, un circuit pasiv de intrare (1) și un circuit pasiv de reacție (2).

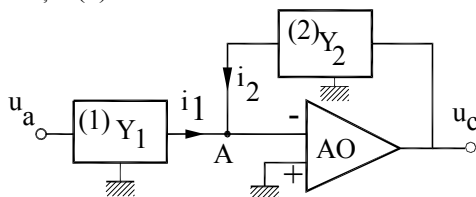


Fig. 10.41 Elementul de implementare a legilor de comandă

Se poate arăta că funcția de transfer a sistemului prezentat este:

$$G(s) = \frac{U_C(s)}{U_a(s)} = - \frac{Y_1(s)}{Y_2(s)} \quad (10.75)$$

În tabelul 10.2 se prezintă modalități de realizare a unor tipuri de controlere prin utilizarea amplificatoarelor operaționale și în concordanță cu cele precizate anterior referitor la funcțiile de transfer ale acestora.

Tabelul 10.2

Tip	Schemă	Echivalență impedanțe	Funcție de transfer
P		$Z_0(s) = R_0$ $Z_1(s) = R_1$ $Z_2(s) = 0$ $Z_3(s) = \infty$	$Y(s) = K_R$ $ K_R = \frac{R_1}{R_0}$
PI		$Z_0(s) = R_0$ $Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{s \cdot C_1}$ $Z_2(s) = 0$ $Z_3(s) = \infty$	$Y(s) = K_R \cdot \left(1 + \frac{1}{s \cdot T_i} \right)$ $ K_R = \frac{R_1}{R_0}$ $T_i = R_1 \cdot C_1$
PD		$Z_0(s) = R_0$ $Z_1(s) = R_1$ $Z_2(s) = R_2$ $Z_3(s) = \frac{1}{s \cdot C_3}$	$Y(s) = K_R \cdot (1 + s \cdot T_d)$ $ K_R = \frac{R_1 + R_2}{R_0}$ $T_d = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C_3$
PID		$Z_0(s) = R_0$ $Z_1(s) = R_1 + \frac{1}{s C_1}$ $Z_2(s) = R_2$ $Z_3(s) = \frac{1}{s \cdot C_3}$	$Y(s) = K_R \cdot \left(1 + s \cdot T_D + \frac{1}{s T_I} \right)$ $ K_R = \frac{R_1 + R_2}{R_0}$ $T_D = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot C_3$ $T_I = (R_1 + R_2) \cdot C_1$

Scopul controlerului este de a asigura un timp de creștere corespunzător, o supracreștere minimă, fără eroare staționară. Modul în care constantele controlerului influențează performanțele este prezentat calitativ în tabelul 10.3.

Tabelul 10.3

	Timpul de creștere	Supracreșterea	Timpul de răspuns	Eroarea
K_P	diminuare	creștere	influență redusă	diminuare
K_I	diminuare	creștere	creștere	elimină
K_D	influență redusă	diminuare	diminuare	influență redusă

Termenul de „*tuning*” este utilizat pentru a descrie procesul de selectare a setărilor optime (cele mai bune) pentru parametrii elementului de prescriere a legilor de comandă.

Proiectarea – determinarea valorilor parametrilor controlerului PID – poate presupune o optimizare pe diverse criterii de performanță:

- minimizarea integralei erorilor pătratice:

$$\min \left[\int_0^{t_0} \varepsilon^2 dt \right] \quad (10.76)$$

- minimizarea integralei erorilor absolute:

$$\min \left[\int_0^{t_0} |\varepsilon| dt \right] \quad (10.77)$$

O alternativă de proiectare este admiterea unei suprareglări de 25 % exprimabilă prin existența unui raport $B/A = 0.25$ între primele două valori extreme ale semnalului de răspuns al sistemului reglat (fig.10.42).

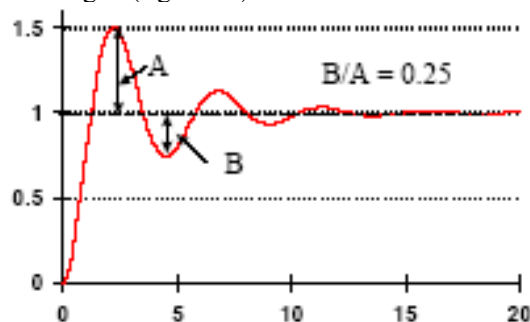


Fig. 10.42 Răspunsul sistemului reglat incluzând un controler de tip PID

Una dintre metodele de selectare a parametrilor de lucru se bazează pe curba reactivă a procesului (*process reaction curve*). Metoda se bazează pe determinarea experimentală a răspunsului la un semnal treaptă al procesului (element de ordinul 1 cu timp de întârziere). Din caracteristica obținută se determină prin măsurare directă gradientul răspunsului $R = M/T$, durata T și întârzierea L (fig.10.43). Pe baza acestor valori se setează parametrii elementelor componente ale controlerului în conformitate cu tabelul 10.4 [10.1], [10.3].

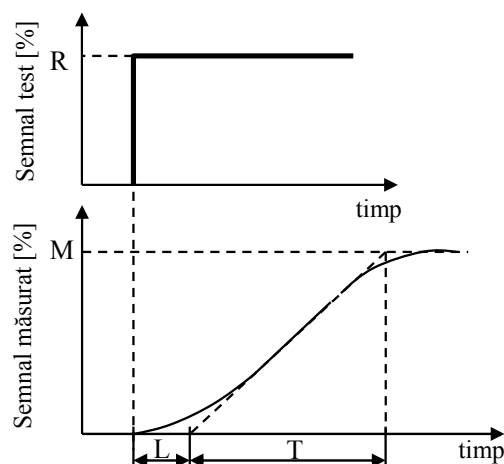


Fig. 10.43 Curba reactivă a procesului

Tabelul 10.4

Modul de comandă	K_P	T_I	T_D
P	P/RL		
PI	$0.9 \cdot P/RL$	$3.33 \cdot L$	
PID	$1.2 \cdot P/RL$	$2L$	$0.5L$

Metoda ciclului extrem (sau metoda limitei de stabilitate) are în vedere un sistem automat realizat experimental cu un controler proporțional **P** care are posibilitatea reglării coeficientului K_P . Pornind de la valoarea minimă a lui K_P se mărește această valoare treptat până când mărimea de ieșire are oscilații neamortizate. Valoarea critică K_{Pc} pentru care are loc procesul și perioada de oscilație T_c măsurată, permit ajustarea parametrilor conform cu tabelul 10.5

Tabelul 10.5

Modul de comandă	K_P	T_I	T_D
P	$0.5 \cdot K_{Pc}$		
PI	$0.45 \cdot K_{Pc}$	$T_c/1.2$	
PID	$0.6 \cdot K_{Pc}$	$T_c/2$	$T_c/8$

Mediul Matlab dispune de facilități de lucru pentru setarea valorilor optime pentru elementele de prescriere a legilor de comandă [10.6], [10.12]

10.3.8. Compensatorul în schemele automate

Creșterea performanțelor sistemelor automate este un scop urmărit în proiectarea acestora. Obținerea unor parametri care să se încadreze în limitele valorilor impuse devine posibilă prin înserarea unui element în structura sistemului automat. Dorf denumește acest element – *compensator* – și îl descrie ca un element adițional sau un

circuit înserat în sistemul de comandă pentru a compensa unele deficiențe ale parametrilor de performanță [10.5]. În figura 10.44 se prezintă variante ale unor structuri posibile înserate. Selectarea schemei depinde de aplicația specificată. Dintre schemele prezentate schema din figura 10.44c este practic nerealizabilă fizic.

Elementul respectiv se poate încadra în categoria: *proporțional, integrator, derivativ, element proporțional cu întârziere de ordinul 1, element derivativ cu întârziere de ordinul 1 etc.* [10.2].

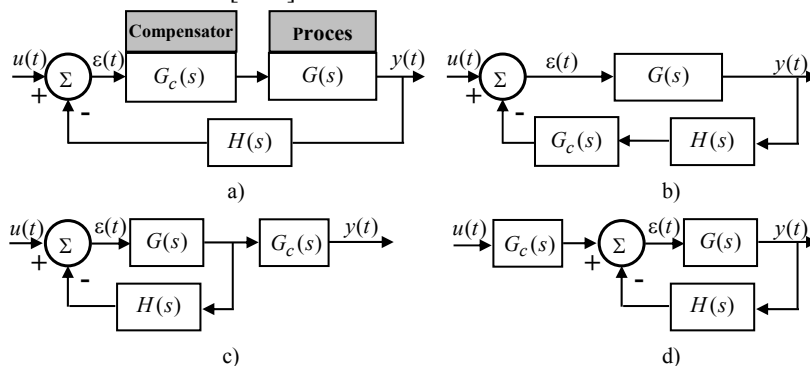


Fig. 10.44 Categoriile de compensări: a) compensare în cascadă; b) compensare pe reacție; c) compensare pe ieșire; d) compensare pe intrare

10.4. Bibliografie capitolul 10

- [10.1] Babuția, I., Petruescu, M., Automatizări electronice în construcția de mașini, Editura Facla, Timișoara, 1983
- [10.2] Bejan, I., Balaban, G., Automatizări și telecomenzi în electroenergetică, Ed. Didactică și pedagogică, București, 1976
- [10.3] Bolton, W., Mechatronics, Person Ed. Limited, 2003, ISBN 0 131 21633 3
- [10.4] Dolga, V., Dolga, L., Rapid prototyping and control in mechatronics, Buletinul UPT, Seria Mecanică, tom 53(67), fasc.z, 2008
- [10.5] Dorf, R.C., Bishop, R.H., Modern Control Systems, Pearson Studium, ISBN 3-8273-7162-7, 2006
- [10.6] Dukkupati, R.V., Matlab. An introduction with applications, New Age Intern., 2010, ISBN 978-81-224-2920-6
- [10.7] Marin, C., Popescu, D., Teoria sistemelor de reglare automată, cap.8-12, Lecții de curs, Craiova, 2007
- [10.8] Savant, C.J., Calculul sistemelor automate, Editura Tehnică, București, 1967
- [10.9] Singh, K., Agnihotri, G., System Design through Matlab, Control Toolbox and Simulink, ISBN: 1852333375 / 1-85233-337-5
- [10.10] Paraskevopoulos, P, N., Modern Control Engineering, 2002, Marcel Dekker Ag, ISBN -0-8247-8981-4
- [10.11]***, Terminology and Symbols in Control Engineering, www.samson.de, Accesat la date 01.10.2010
- [10.12]***, Control System Toolbox. For use with Matlab, version 7, The MathWorks, Inc., 2006