

## 11. MATLAB ÎN ANALIZA SISTEMELOR

### 11.1. Introducere în Matlab / Simulink

SIMULINK-ul este parte integrată a pachetului soft MATLAB. În general pentru început, se lansează programul MATLAB din mediul Windows prin selecția pictogramei aferente. La lansare, va apărea pe ecranul monitorului sigla “MATLAB for WINDOWS” cu înscrierea versiunii, a licenței și a utilizatorului. În figura 11.1 se prezintă fereastra de comenzi a MATLAB-ului sub WINDOWS.

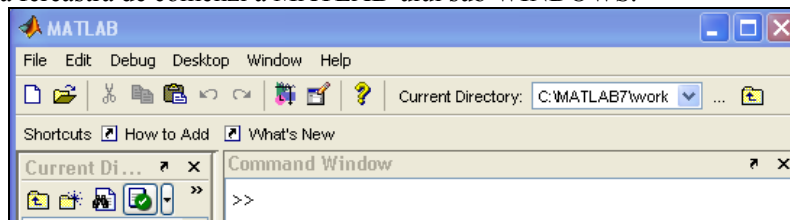


Fig. 11.1 Fereastra de comenzi în Matlab

Selectând comanda **File** din meniul principal, prin **[Alt]+F**, sau prin poziționarea mouse-ului în dreptul acestuia, se obține un subdomeniu ca cel prezentat în figura 11.2.

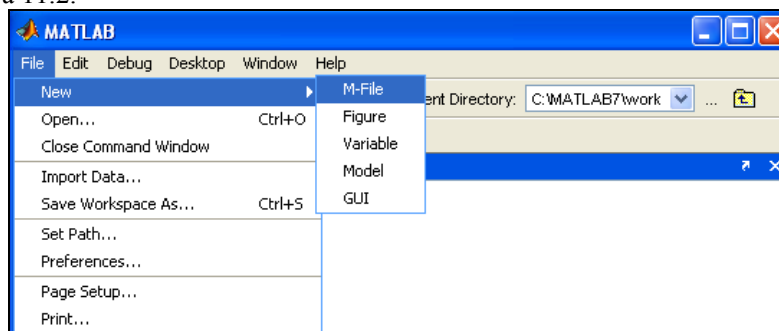


Fig. 11.2 Facilități de lucru în Matlab

**New** provoacă deschiderea unui alt sub-meniu, care are opțiunile “**M-file**” sau “**Figure**”. Alegerea primei opțiuni va deschide o fereastră de editare a unui fișier \*.m,

în timp ce a doua opțiune deschide o fereastră grafică nouă. **Open M-file ...** deschide o fereastră de dialog pentru a selecta un fișier care va deveni fișier de lucru. **Run M-file ...** deschide o fereastră de dialog pentru a selecta un fișier care urmează a fi lansat în lucru.

Tastarea în fereastra de comenzi (*command window*) a unei comenzi *simulink*, urmată de apăsarea tastei *Enter* (fig.11.3) permite deschiderea ferestrei de lucru sub *Simulink* (fig. 11.4).

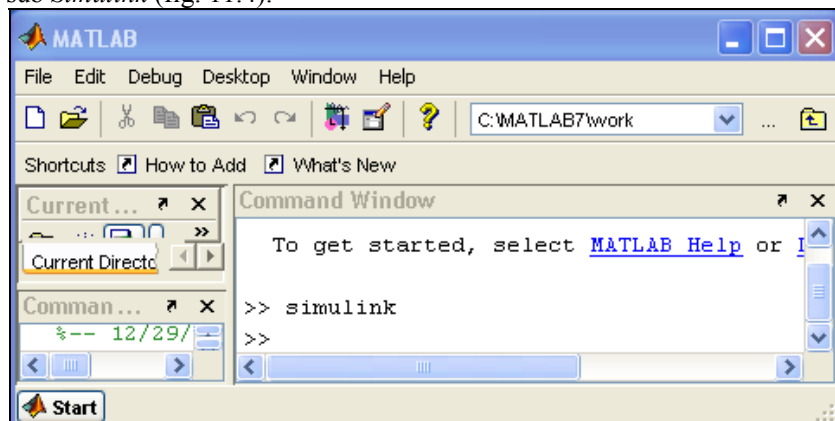


Fig. 11.3 Lansarea modului de lucru în Simulink

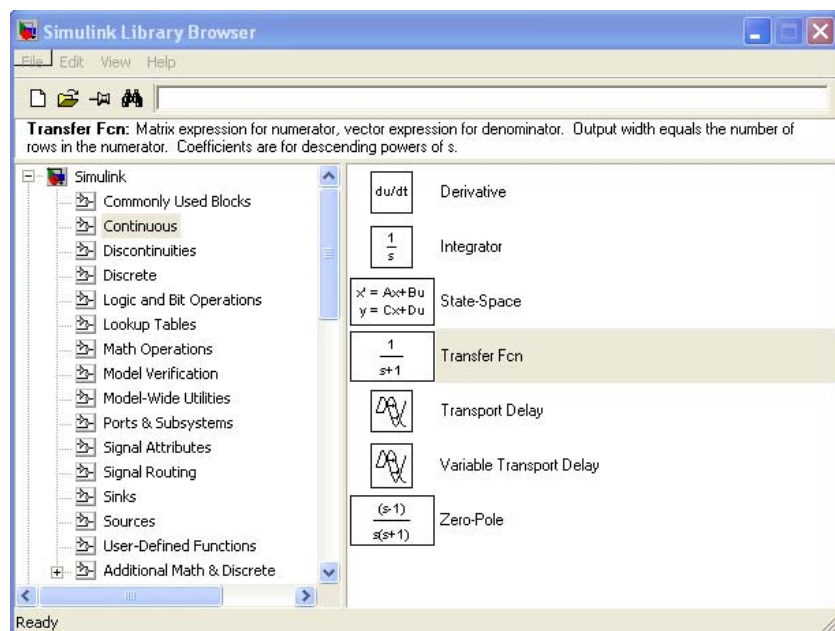


Fig. 11.4 Fereastra de lucru în Simulink

Fereastra rezultată conține o serie de pictograme care formează “biblioteca”

standard a programului. Fiecare subsistem bloc - *Sources, Sinks, Discrete, Linear, Nonlinear, Connections, ...* - asigură deschiderea unei ferestre cu bibliotecă proprie de modele (prin dublu clic pe pictogramă).

O nouă fereastră goală care se va constitui în noul fișier de lucru se poate obține selectând **New...** din subdomeniul **File**. În fereastra de lucru se pot copia modelele necesare din fiecare submeniu bloc deschis. În figura 11.5 se prezintă fereastra de lucru în care au fost copiate modelele: blocul pentru un semnal treaptă, blocul pentru un semnal rampă și blocul pentru un semnal sinusoidal.

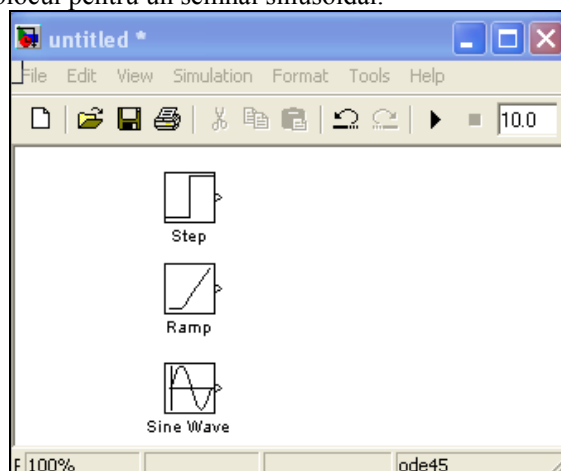


Fig. 11.5 Fereastră de lucru în Simulink și blocuri de semnale copiate

Fiecare bloc este copiat în fișierul de lucru cu parametrii inițiali. Prin execuția unui dublu-clic pe pictograma blocului se deschide caseta de lucru necesară modificării parametrilor la valoarea dorită (fig. 11.6).

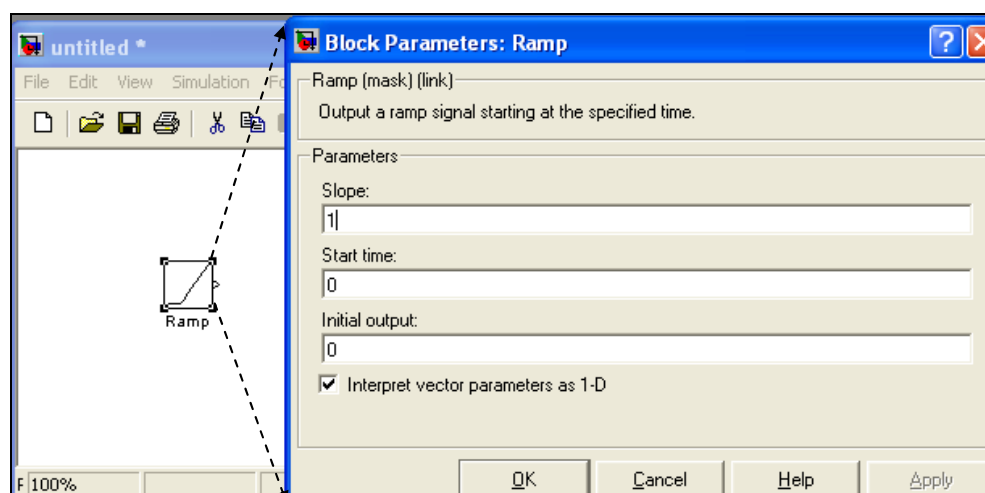


Fig. 11.6 Fereastră de lucru în Simulink și blocuri de semnale copiate

Subsistemul bloc **Sinks** conține o serie de modele de lucru care permit utilizatorului să observe semnalul în timp ce simularea este în desfășurare. Prin utilizarea și deschiderea blocului **Scope** este pusă în evidență reprezentarea grafică a ecranului unui osciloscop printr-o fereastră care poate fi poziționată într-o zonă adecvată a monitorului. Conectarea celor două blocuri se realizează prin utilizarea butonului stâng, apăsat al mouse-ului între semnele celor două blocuri.

După conectarea blocurilor există posibilitatea lansării și simulării. În acest sens se stabilește tehnica de integrare și valoarea parametrilor de simulare. Se utilizează în acest scop subdomeniul **Parameters** din cadrul opțiunii **Simulation**. Simularea devine efectivă prin lansarea comenzii **Start** din cadrul aceleași opțiuni ale meniului principal.

## 11.2. Exemplu de lucru

Se consideră sistemul mobil, în mișcarea de rotație, din figura 11.7. Volantul are masa  $m = 10 \text{ kg}$  și raza  $R = 0.4 \text{ m}$ . Asupra sistemului acționează momentul motor  $M_m$  și momentul frecării vâscoase  $M_{fv}$ . Coeficientul de amortizare vâscoasă este  $c = 0.1 \text{ Nms / rad}$ . Se cere:

- a) să se determine răspunsul sistemului la un moment motor de tip treaptă și de valoare  $M_m = 10 \text{ Nm}$ ;

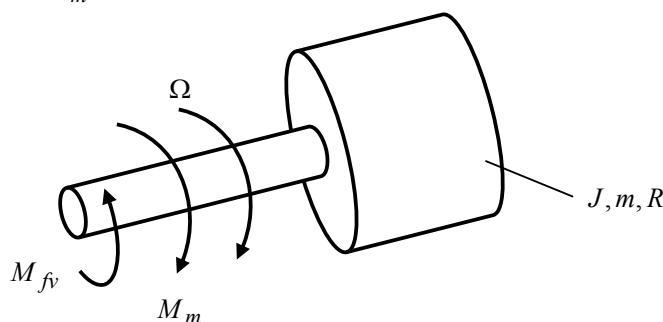


Fig. 11.7 Sistem mobil în mișcarea de rotație

Modelul matematic al sistemului analizat este descris de ecuația:

$$J \cdot \frac{d\Omega}{dt} + c\Omega = M_m(t) \quad (11.1)$$

Se constată că este un sistem de ordinal unu.

Sistemul analizat este din categoria SISO și poate fi reprezentat prin schema bloc prezentată în figura 11.8 unde  $G(s)$  este funcția de transfer a sistemului.

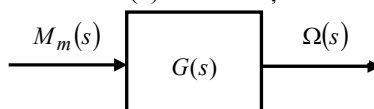


Fig. 11.8 Sistemul reprezentat prin schema bloc

Neglijând momentul de inerție al arborelui, momentul de inerție al sistemului se identifică cu momentul de inerție al volantului:

$$J = \frac{mR^2}{2} = \frac{10 \cdot 0.4^2}{2} = 0.8 \text{ kgm}^2 \quad (11.2)$$

Aplicând transformata Laplace ecuației (11.1) se poate obține funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{\Omega(s)}{M_m(s)} = \frac{1}{Js + c} = \frac{\frac{1}{c}}{\frac{J}{c} \cdot s + 1} \quad (11.3)$$

Constanta de timp a sistemului este:

$$\tau = \frac{J}{c} = \frac{0.8}{0.1} = 8 \text{ s} \quad (11.4)$$

Transformata Laplace pentru mărimea de intrare (semnal treaptă) este:

$$M_m(s) = 10 \cdot \frac{1}{s} \quad (11.5)$$

Pe baza relațiilor (11.3) și (11.5) răspunsul în domeniul timp al sistemului va fi:

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= \mathcal{L}^{-1}(\Omega(s)) = \mathcal{L}^{-1}(G(s) \cdot M_m(s)) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{10}{8s+1} \cdot \frac{10}{s}\right) = \\ &= \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{A}{8s+1} + \frac{B}{s}\right) \end{aligned} \quad (11.6)$$

Prin metodele cunoscute (vezi cap.5) se determină coeficienții:  $A = -800$  și  $B = 100$ . Utilizând acești coeficienți relația anterioară devine:

$$\begin{aligned} \Omega(t) &= \mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{800}{8s+1} + \frac{100}{s}\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{100}{s}\right) + \mathcal{L}^{-1}\left(-\frac{800}{8s+1}\right) = \\ &= 100 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{8}}\right) \end{aligned} \quad (11.7)$$

Utilizând mediul Matlab se poate scrie un fișier \*.m (vezi și pct.6.4.4.1) care să genereze grafic răspunsul sistemului.

Pentru utilizarea mediului Simulink se construiește schema bloc pentru simulare prin copierea blocurilor: semnal treaptă (*step*), funcție de transfer (*transfer fcn*) și vizualizare (*scope*). Blocurile se conectează între ele rezultând schema de lucru din figura 11.9. Se setează valorile parametrilor de lucru:

- valoarea corespunzătoare semnalului treaptă (valoarea momentului motor) și

- originea timpului ( $t = 0$ ) în blocul *step*;
- coeficienții funcției de transfer în blocul *function fcn*;
- durata procesului de simulare  $\Delta t = 3\tau = 30$  s (bara de meniu orizontal *Simulation/Configuration ...*).

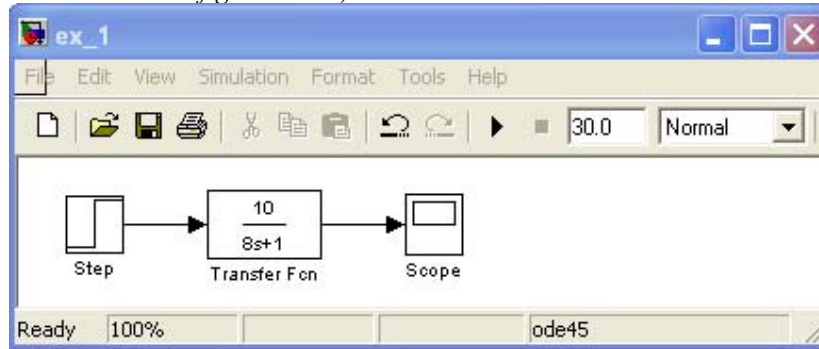


Fig. 11.9 Schema bloc de lucru

Rezultatul simulării este prezentat în figura 11.10.

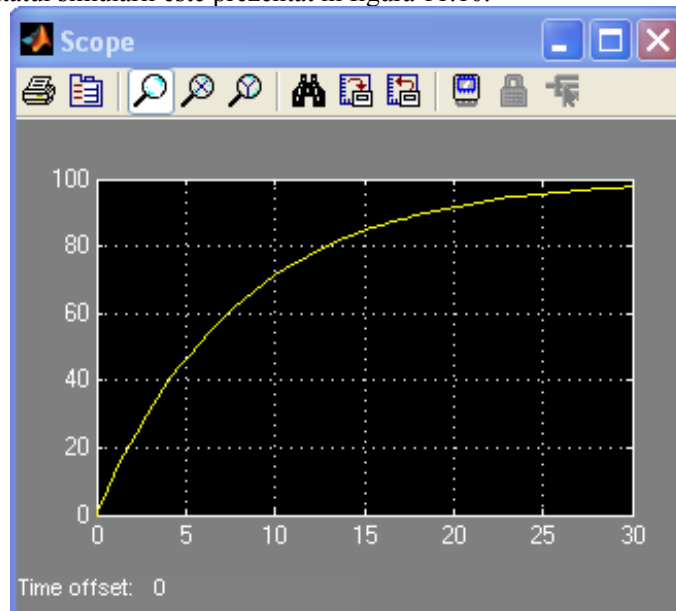


Fig. 11.10 Răspunsul sistemului la semnal treaptă

- b) se consideră că momentul motor care acționează asupra sistemului este descris de diagrama din figura 11.11. Se consideră că momentul de inerție a sistemului este  $J = 2 \text{ kgm}^2$  și coeficientul frecărilor vâscoase  $c = 0.1 \text{ Nms/rad}$ . Se cere să se determine răspunsul sistemului la semnalul de intrare dat.

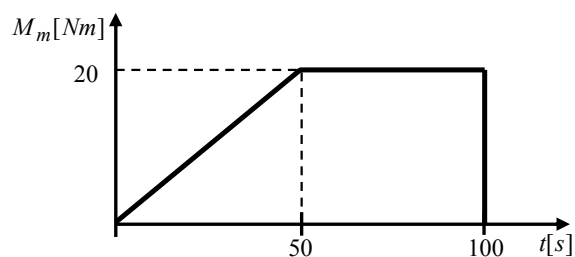


Fig. 11.11 Diagrama de variație momentului motor

În mod asemănător cazului anterior se construiește diagrama bloc de lucru. Prin blocurile *ramp*, *ramp1*, *step* și setările corespunzătoare, se generează un semnal conform cu diagrama impusă pentru momentul de intrare. Blocul *Scope* permite vizualizarea semnalului de intrare (fig.11.13) iar blocul *Scope1* permite vizualizarea răspunsului sistemului (fig.11.14)

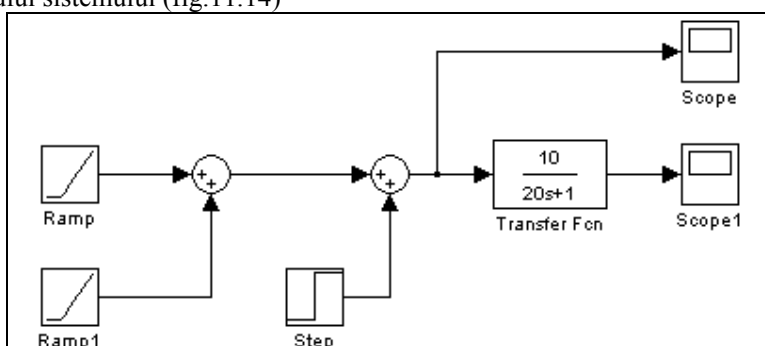


Fig. 11.12 Schema bloc de lucru

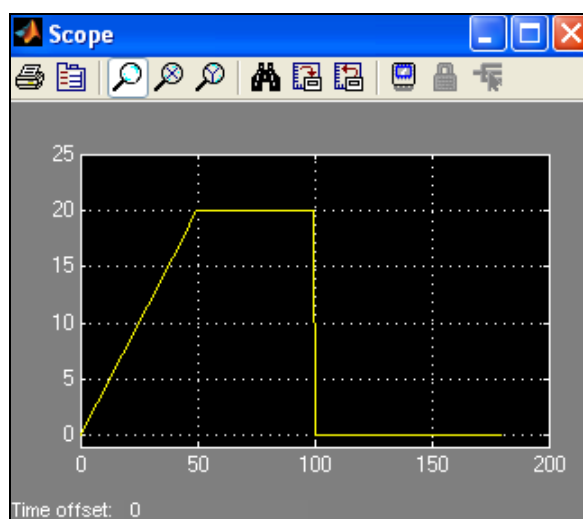


Fig. 11.13 Diagrama momentului motor

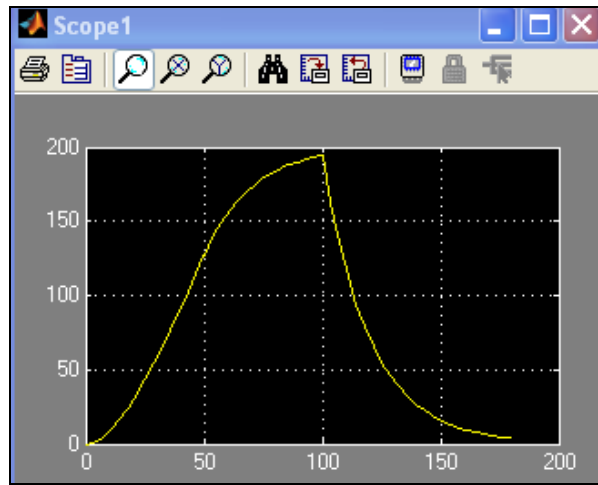


Fig. 11.14 Răspunsul sistemului la semnalul de intrare dat

### 11.3. Conversia formelor de reprezentare a modelului unui sistem

Un număr de funcții Matlab permit conversia formei de prezentare a unui model în altul (tabelul 11.1).

Tabelul 11.1

Funcția	Scop
<b>c3d</b>	Spațiul stărilor continue într-un spațiu discret a stărilor
<b>residue</b>	Dezvoltarea în fracții parțiale
<b>ss3tf</b>	Din spațiul stărilor se determină funcția de transfer
<b>ss2zp</b>	Din spațiul stărilor se determină zerourile, polii și amplificarea
<b>tf2ss</b>	Din funcția de transfer se determină spațiul stărilor
<b>tf2zp</b>	Din funcția de transfer se determină zerourile, polii și amplificarea
<b>zp2ss</b>	Din zerouri, poli și amplificare se determină spațiul stărilor
<b>zp2tf</b>	Din zerouri, poli și amplificare se determină funcția de transfer

#### Funcția **residue**

Funcția dată convertește funcția de transfer polinomială

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{num}{den} = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + \dots + b_n}{a_0s^m + a_1s^{m-1} + \dots + a_m} \quad (11.8)$$

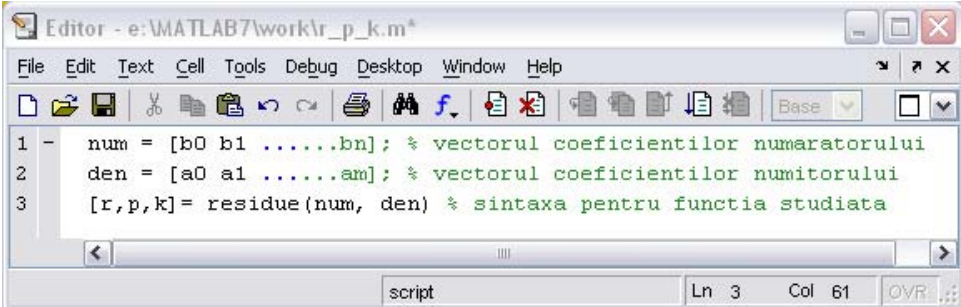
într-o sumă de fracții simple:

$$H(s) = k(s) + \frac{r_1}{s - p_1} + \frac{r_2}{s - p_2} + \dots + \frac{r_n}{s - p_n} \quad (11.9)$$

Coeficienții polinomului  $k(s)$ , polii funcției de transfer  $p_i$  ( $i = 1 \dots m$ ) și resturile



$r_j$  ( $j = 1, \dots, n$ ) se obțin prin aplicarea funcției **residue**. În figura 11.15 este prezentat fișierul care permite aplicarea funcției analizate.



```

Editor - e:\MATLAB7\work\r_p_k.m*
File Edit Text Cell Tools Debug Desktop Window Help
1 - num = [b0 b1 .....bn]; % vectorul coeficientilor numaratorului
2   den = [a0 a1 .....am]; % vectorul coeficientilor numitorului
3   [r,p,k] = residue(num, den) % sintaxa pentru functia studiata
script Ln 3 Col 61 OVR

```

Fig. 11.15 Fișierul de aplicare a funcției *residue*

Prezentăm în continuare destinația și sintaxa câtorva dintre funcțiile specificate anterior în tabelul 11.2

#### Funcția **ss3tf**

Funcția dată convertește forma de reprezentare a modelului – ecuația de stare a sistemului:

$$\begin{cases} x' = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (11.10)$$

în funcția de transfer polinomială de forma

$$H(s) = \frac{B(s)}{A(s)} = \frac{num}{den} = \frac{b_0s^n + b_1s^{n-1} + \dots + b_n}{a_0s^m + a_1s^{m-1} + \dots + a_m} \quad (11.11)$$

Având în vedere cele expuse, fișierul corespunzător aplicației va cuprinde: descrierea matricelor  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ , a numărului de intrări ale sistemului și sintaxa funcției analizate.

Sintaxa funcției este:

$$[num \ den] = ss2tf(A, B, C, D, iu)$$

Parametrul  $iu$  exprimă numărul de intrări ale sistemului. Dacă sistemul are o singură intrare  $iu = 1$ .

#### Funcția **ss2zp**

Funcția specificată convertește forma de stare a sistemului descrisă printr-un sistem de forma (12.78) într-o formă polinomială a funcției de transfer bazată pe valorile zerourilor – polilor și a amplificării:

$$H(s) = k \frac{(s - z_1)(s - z_2) \dots (s - z_n)}{(s - p_1)(s - p_2) \dots (s - p_m)} \quad (11.12)$$

Sintaxa de scriere a fișierului este asemănătoare cu cea anterioară:

$$[z, p, k] = ss2zp(A, B, C, D, iu) \quad (11.13)$$

Semnificațiile din ecuația (11.13) corespund cu cele expuse pentru funcția anterioară.

#### Funcția **tf2ss**

Funcția specificată convertește forma polinomială a funcției de transfer (11.11) în forma canonică a ecuației de stare a sistemului (11.10).

Prin aplicarea funcției, se obțin matricile  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Sintaxa funcției prezentate este:

$$[A, B, C, D] = tf2ss(num, den) \quad (11.14)$$

## 11.4. Interfața grafică LTI Viewer

### 11.4.1. Generalități

LTI Viewer este o interfață grafică pentru vizualizarea și lucrul asupra răspunsului sistemelor liniare. Se pot vizualiza:

- răspunsul sistemului la un semnal de tip treaptă sau impuls;
- diagramele Bode și Nyquist;
- răspunsul sistemului în domeniul frecvenței;
- reprezentarea polilor/zerorilor;
- răspunsul sistemului la un semnal de intrare generalizat;

LTI oferă vizualizarea simultană a șase variante grafice pentru sistemele liniare. Lansarea lucrului în facilitățile interfeței grafice se realizează prin tastarea comenzii **ltiview** în fereastra de comenzi a mediului Matlab (fig. 11.16) și coincide cu deschiderea casetei de dialog pentru importarea sistemului de analizat (fig. 11.17).

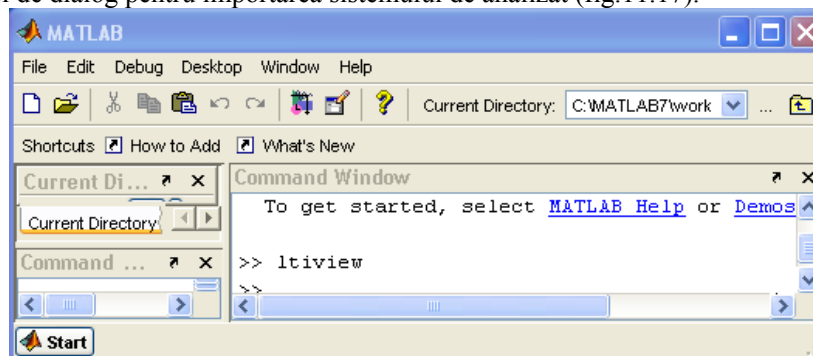


Fig. 11.16 Deschiderea interfeței grafice LTI viewer

Dacă în caseta de dialog nu există specificate sisteme posibile de lucru, tastați în fereastra de comenzi **load ltiexamples**. Din lista de modele de lucru existente, se alege modelul dorit pentru analiză iar rezultatul obținut în urma alegerii este răspunsul

sistemului la un semnal de treaptă.

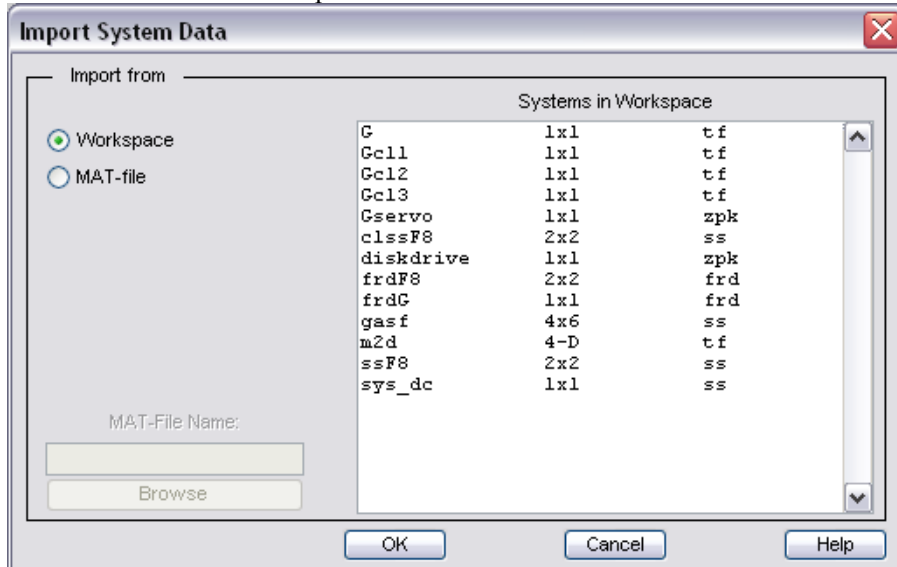


Fig. 11.17 Caseta de import a sistemului analizat

Din bara de menu orizontală a interfeței există posibilitatea selectării unor opțiuni (fig.11.18):

- configurarea graficelor;
- selectarea modelelor de linii de reprezentat;
- preferințe pentru fontul de lucru, unități de măsură etc.

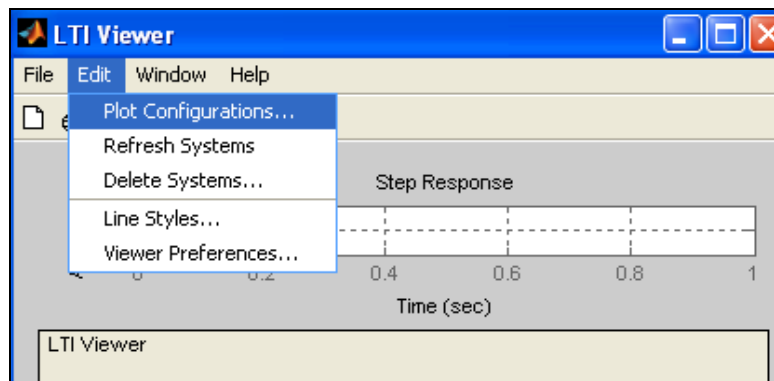


Fig. 11.18 Selectarea opțiunilor de lucru

Selectarea opțiunii de configurarea graficelor conduce la apariția casetei din figura 11.19. Se poate opta pentru 1...6 grafice care să reprezinte răspunsul sistemului la una din variantele oferite (*response type*). În figura 11.19 este prezentat cazul selectării variantei de răspuns la semnal treaptă și a diagramelor Bode. Diagramele

obținute pentru sistemul selectat sunt prezentate în figura 11.20.

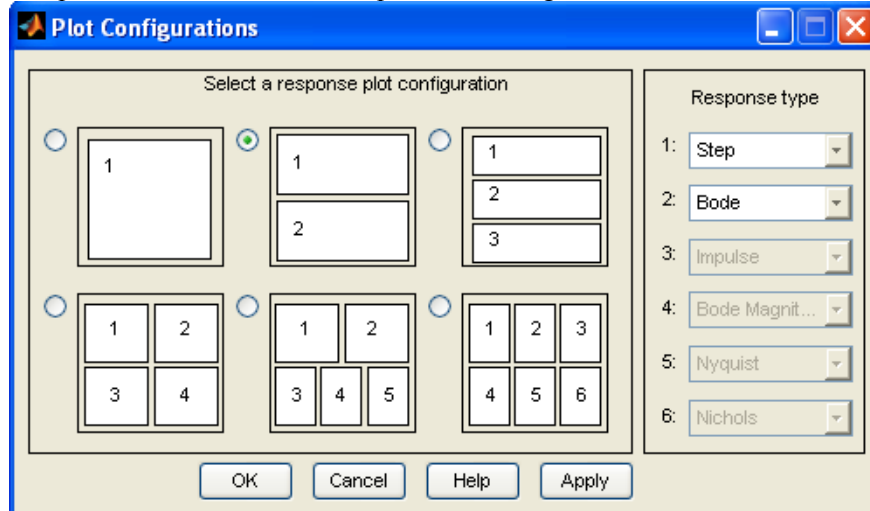


Fig. 11.19 Configurarea reprezentărilor grafice

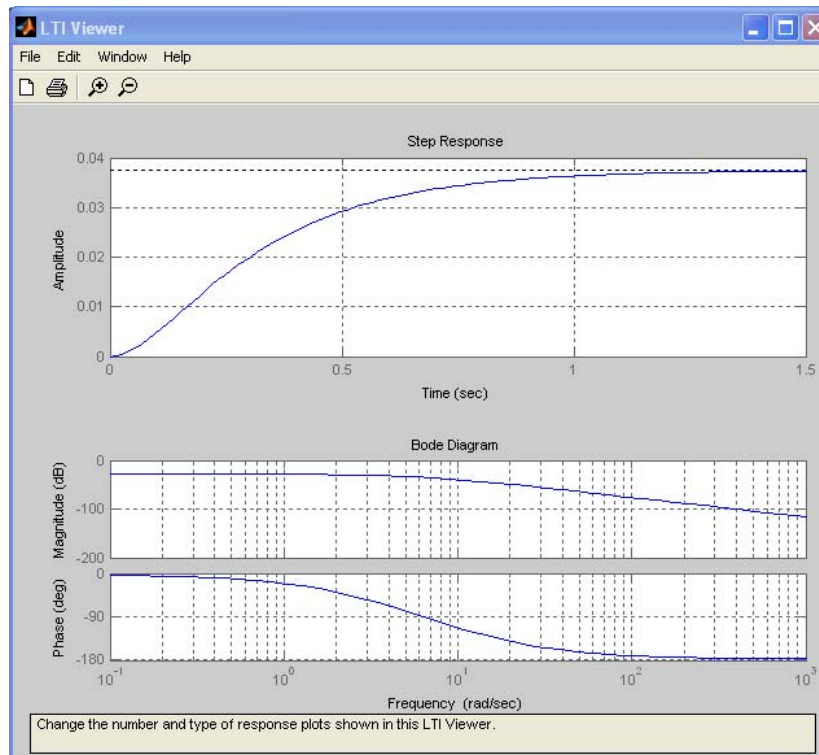


Fig. 11.20 Reprezentarea simultană a două răspunsuri ale sistemului

Un click-dreapta în spațiul graphic conduce la deschiderea unui menu derulant care permite selectarea diverselor opțiuni (fig.11.21).

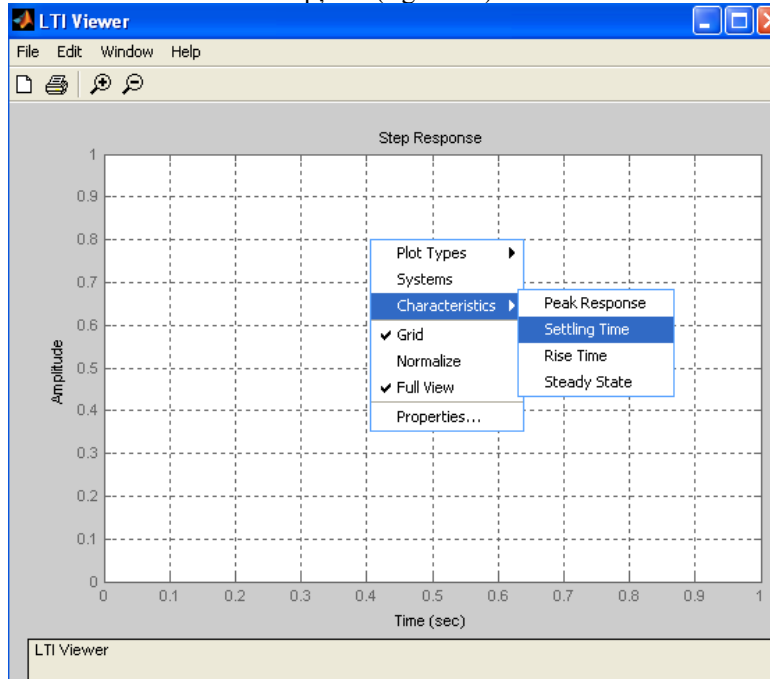


Fig. 11.21 Selectarea unor opțiuni de lucru

#### 11.4.2. Exemplu de lucru

Se consideră sistemul cu funcția de transfer:

$$G(s) = \frac{3}{s^2 + 2s + 8} \quad (11.15)$$

Utilizarea interfeței grafice presupune execuția următorilor pași:

- se editează fișierul *sys\_tf.m* (fig.11.22);
- se salvează pe calea **File / Save Workspace As/...**
- se lansează în lucru interfața grafică și se importă sistemul cu numele declarat **sys** (fig.11.23);
- se selectează configurarea grafică dorită: răspunsul la un *semnal treaptă* și un *semnal impuls* (fig.11.24).

```
num=[3];
den=[1 2 8];
sys=tf(num,den);
step(sys)
```

Fig. 11.22 Fișierul *sys\_tf.m*

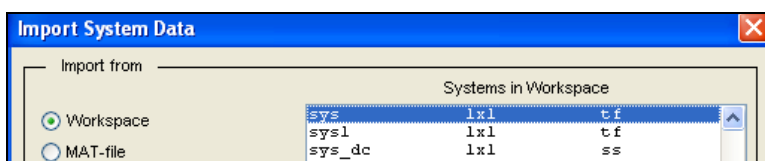


Fig. 11.23 Importarea sistemului de analizat

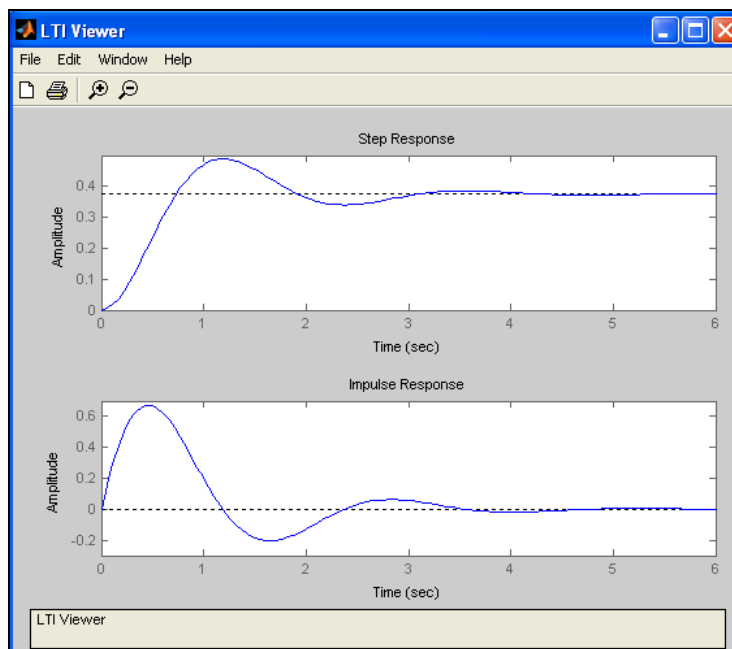


Fig. 11.24 Răspunsul sistemului

### 11.5. Bibliografia capitolului 11

- [11.1] Bolton, W., Instrumentation and Control Systems, Elsevier, 2004  
 [11.2] Bolton, W., Mechatronics. Electronic control systems in mechanical and electrical engineering, Pearson Education Limited, 2003, ISBN 0 131 21633 3  
 [11.3] Babuția, I., Petruescu, M., Automatizări electronice în construcția de mașini, Editura Facla, Timișoara, 1983  
 [11.4] Dorf, R.C., Bishop, R.H., Modern Control Systems, Pearson Studium, ISBN 3-8273-7162-7, 2006  
 [11.5] Rowell, D., Review of first-and second –order system response, <http://web.mit.edu/2.151/www/Handouts/FirstSecondOrder.pdf>, Accesat la 21.06.2010  
 [11.6] Singh, K., Agnihotri, G., System Design through Matlab, Control Toolbox and Simulink, ISBN: 1852333375 / 1-85233-337-5  
 [11.7] \*\*\*, Control System Toolbox. For use with Matlab, version 7, The MathWorks, Inc., 2006