

1. CALCULUL DE REZISTENȚĂ ÎN ECHIPAMENTELE ELECTRONICE

1.1. Introducere

Calculul de rezistență are drept scop studiul echilibrului intern al corpurilor solide supuse acțiunii unor forțe și cupluri exterioare în vederea dimensionării sau verificării elementelor constructive.

1.2. Noțiuni generale

În *rezistența materialelor*, corpurile –elementele constructive (EC) – se consideră deformabile, iar forțele care acționează asupra acestora poartă denumirea de *sarcini*.

Deformarea este *elastică*, dacă corpul revine la poziția inițială după îndepărtarea cauzelor care l-au deformat și *elastoplastică sau plastică*, dacă corpul rămâne cu anumite deformații, denumite deformații *remanente*.

În urma deformării (EC), între particulele acestuia se dezvoltă forțe interioare, care poartă denumirea de *solicitări*. Punerea în evidență a acestora se face prin secționarea corpului (Fig. 1.2.1).

Mărimea vectorială \bar{p} , definită în punctul oarecare P al planului de secționare, prin relația:

$$\bar{p} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{F}}{\Delta A} \quad (4.2.1)$$

poartă denumirea de *efort unitar total, tensiune totală sau vector tensiune*. Vectorii tensiune pentru toate orientările posibile ale elementului de arie dintr-un punct P, constituie starea de tensiune din acel punct.

Componenta σ a vectorului \bar{p} , dirijată după normala la secțiunea S, poartă denumirea de *efort unitar normal*. Componenta τ a vectorului \bar{p} , dirijată după o direcție oarecare, în planul secțiunii S, poartă denumirea de *efort unitar tangențial*.

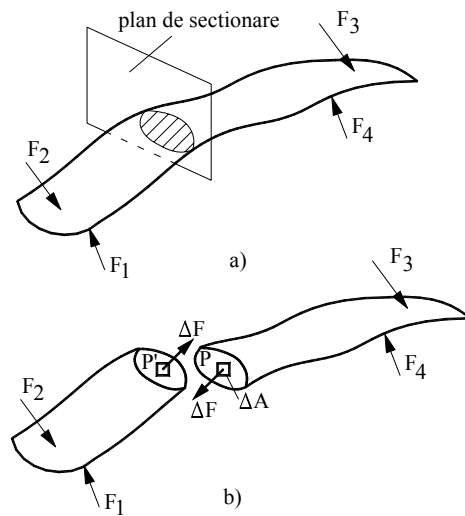


Fig. 1.2.1

În funcție de dimensiunile lor geometrice (EC), se clasifică în *bare* (Fig. 1.2.2 a, b, c), *fire, plăci* (Fig. 1.2.2 d, e) și *blocuri* (Fig. 1.2.2 f).

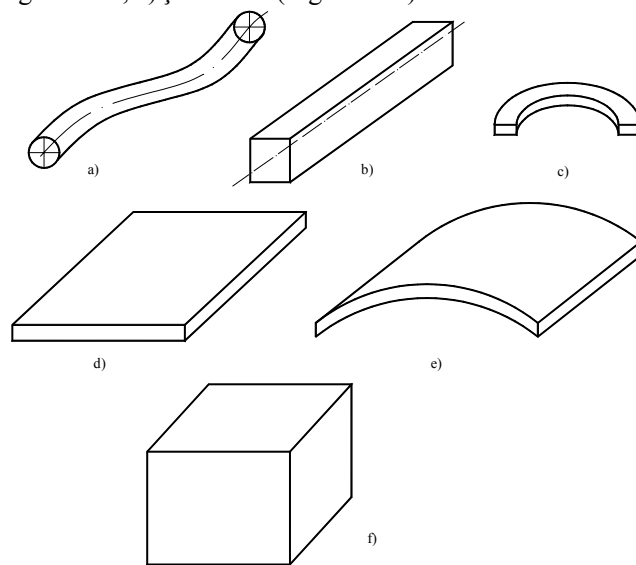


Fig. 1.2.2

După forma axei, barele se clasifică în bare drepte (Fig. 1.2.2 b) sau curbe (Fig. 1.2.2 c) în plan sau spațiu. Pentru calculul eforturilor, barele se schematizează prin axa lor. Spre deosebire de bare, *firele* sunt elemente care nu prezintă rigiditate transversală, putându-se îndoi și răsuci liber. Un arc lamelar simplu drept sau curbat se echivalează din punctual de vedere al rezistenței materialelor cu o bară. Banda de suspensie a echipajului mobil al unui aparat de măsură, se echivalează cu o bară. Arborele unui servomotor electric, osia unei role presoare etc. se echivalează cu bară ș.a.m.d. Cureaua dintr-o transmisie, banda magnetică a unui aparat de înregistrare / redare se echivalează cu un fir.

Elementele constructive care au una din dimensiuni (grosimea) mult mai mică decât celelalte două, se numesc *plăci plane* (Fig. 1.2.2 d) sau *plăci curbe* (Fig. 1.2.2 e). Suprafața mediană simbolizează placa reală. Placa pentru un circuit imprimat reprezintă un caz tipic pentru această categorie de elemente constructive din echipamentele electronice.

Corpurile având toate cele trei dimensiuni comparabile sunt denumite blocuri (Fig. 1.2.2 f). Ele nu pot fi schematizate și de aceea determinarea stării de eforturi și deformații este deosebit de complexă, datorită atât aspectelor fizice cât și metodelor matematice de calcul. Rola presoare, roata de curea, radiatorul unei componente electronice s.a sunt astfel de (EC).

Ațiunile exterioare care produc deformarea (EC), se numesc încărcări sau sarcini, ele putând fi forțe sau momente. După suprafața pe care se repartizează, forțele de încărcare, se împart în:

- Forțe concentrate aplicate într-un punct (Fig. 1.2.3 a)
- Forțe distribuite – pe o suprafață sau pe o linie – după o lege constantă, liniară, parabolică, etc. (Fig. 1.2.3 b).

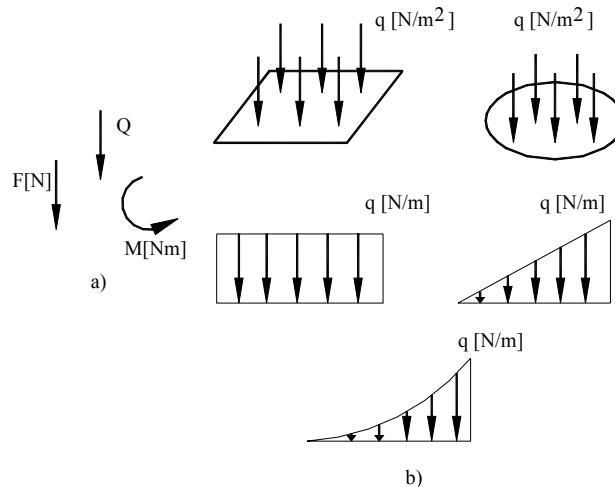


Fig. 1.2.3

4 CALCULUL DE REZISTENȚĂ ÎN ECHIPAMENTELE -1

Rezultantele eforturilor unitare dintr-o secțiune a (EC), de tip bară, conduc la torsorul eforturilor ($\overline{R}_0, \overline{M}_0$) care se descompune în Fig. 1.2.4:

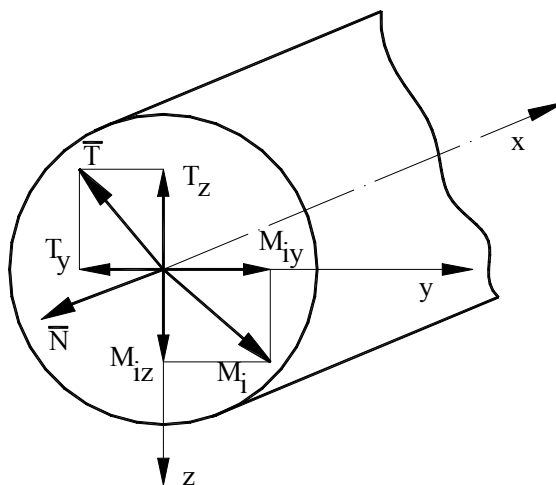
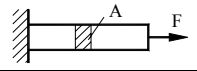
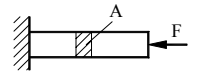
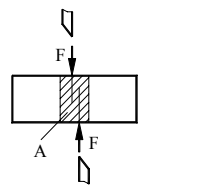
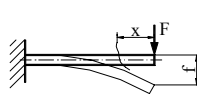
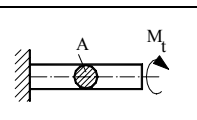
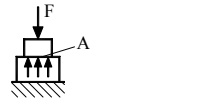

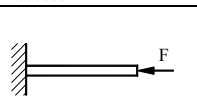


Fig. 1.2.4

- Componenta \overline{N} , după axa barei – *forță axială*;
 - Componenta \overline{T} , în planul secțiunii – *forță tăietoare*;
 - Componenta \overline{M}_x , după axa barei – *moment de torsiune*;
 - Componenta \overline{M}_i , în planul secțiunii – *moment de încovoiere*.
 - Solicitățile barelor, în funcție de componentele eforturilor care apar, se clasifică în:
 - *Întindere sau compresiune* – în secțiunea barei apare numai forța axială “N”; de exemplu, ramura motoare a curelei dintr-o transmisie cu curea este solicitată la întindere;
 - *Forfecare* – în secțiunea barei apar numai forțele tăietoare T_x, T_y ; de ex.: îmbinările nituite, îmbinările prin știft a unor butoane etc. sunt solicitate la forfecare;
 - *Încovoiere pură* – în secțiunea barei apare numai vectorul M_{iy} sau M_{iz} ;
 - *Încovoiere simplă* – în secțiunea barei apar împreună componentele M_{iz} și T_y sau M_{iy} și T_z ;
 - *Răsucire sau torsiune* – în secțiunea barei apare numai vectorul M_x .
- În Tab. 1.2.1 se prezintă relațiile de calcul pentru solicitările simple din bare.

Tab. 1.2.1

Schema încărcării	Denumirea solicitării	Relația de dimensionare	Relația de verificare
	întindere	$A_{nec} = \frac{F}{\sigma_{at}}$	$\sigma_t = \frac{F}{A} \leq \sigma_{at}$
	compresiune	$A_{nec} = \frac{F}{\sigma_{at}}$	$\sigma_t = \frac{F}{A} \leq \sigma_{at}$
	Forfecare	$A_{nec} = \frac{F}{\tau_{af}}$	$\tau_f = \frac{F}{A} \leq \tau_{af}$
	încovoiere	$W_z = \frac{M_i}{\sigma_{ai}}$ $M_i = F \cdot x$	$\sigma_i = \frac{M_i}{W_z} \leq \sigma_{ai}$
	torsiune	$W_p = \frac{M_t}{\tau_{at}}$ $M_t = F \cdot d$	$\tau_t = \frac{M_t}{W_p} \leq \tau_{at}$
	contact	$A_{nec} = \frac{F}{p_a}$	$p = \frac{F}{A} \leq p_a$
	contact Hertzian	Tab. 1.2.2	
	Flambaj	$I = \frac{F \cdot c \cdot l_f^2}{\pi^2 \cdot E}$ $c = 3...6$	$\sigma_f = \frac{c \cdot F}{A} \leq \sigma_{af}$

Prezența simultană în secțiunea unei bare a două sau mai multe solicitări simple dă naștere unei solicitări compuse. De ex.: arcul lamelar în foi multiple (din construcția unui comutator al aparatului de măsură) pentru valori ale unghiului $\alpha > 40^\circ$ este supus atât la încovoiere (datorată componentei F_n) cât și la compresiune (datorită componentei F_t) (Fig. 1.2.5). Efortul unitar total este:

$$\sigma_{ef} = \sigma_i + \sigma_c \quad (4.2.2)$$

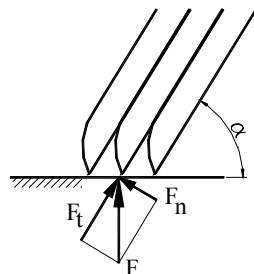


Fig. 1.2.5

Între eforturile unitare σ și deformațiile specifice ε , din oricare punct al (EC) există o dependență de natură fizică, funcție de structura corpului și care se stabilește experimental. Cea mai simplă încercare experimentală este cea de întindere. Între punctele B și C ale epruvetei (Fig. 1.2.6), în orice secțiune normală pe axa epruvetei, efortul unitar σ și alungirea ε se pot considera constante și egale cu:

$$\sigma = \frac{F}{A} \quad (4.2.3)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L} \quad (4.2.4)$$

unde ΔL reprezintă alungirea măsurată între reperele B, C pentru valorile lui F.

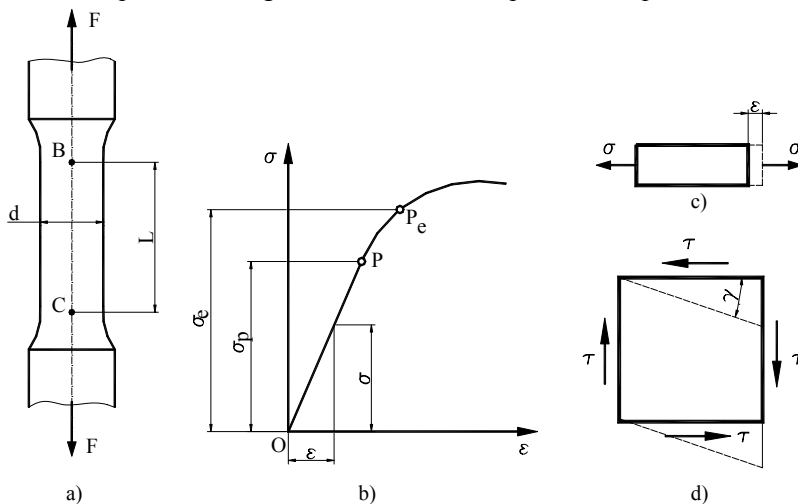


Fig. 1.2.6

La majoritatea materialelor utilizate în realizarea constructivă, dependența $\sigma - \varepsilon$, pe anumită porțiune este liniară (OP în Fig. 1.2.6), se exprimă prin relația (4.2.5) și se numește legea lui Hooke pentru întindere simplă:

$$\sigma = \varepsilon \cdot E \quad (4.2.5)$$

unde mărimea E [N/mm^2] este **modulul de elasticitate longitudinal** al materialului.

Valoarea efortului unitar normal σ până la care dependența $\sigma - \varepsilon$ este liniară este denumită **rezistența de proporționalitate** σ_p , iar valoarea până la care corpul se comportă elastic, este denumită **rezistența de elasticitate** σ_e . Când eforturile unitare normale depășesc valoarea σ_p , dependența $\sigma - \varepsilon$ este neliniară, iar când depășesc valoarea σ_e se produc deformații remanente.

Solicitarea în care starea de tensiuni este caracterizată numai prin eforturi unitare tangențiale (Fig. 1.2.6 d), poartă denumirea de forfecare pură. Pentru acest caz în domeniul de proporționalitate, există relația:

$$\tau = G \cdot \gamma \quad (4.2.6)$$

care reprezintă legea lui Hooke pentru forfecare pură. G este **modulul de elasticitate transversală**, se exprimă în N/mm^2 și la fel ca și E constituie o constantă de material.

Cele două module de elasticitate sunt legate prin relația:

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \nu)} \quad (4.2.7)$$

unde ν poartă denumirea de **coeficientul lui Poisson** și este o caracteristică de material [4.1].

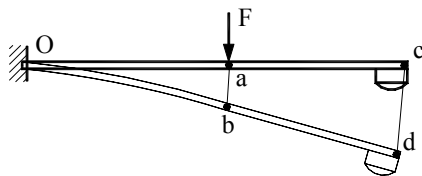


Fig. 1.2.7

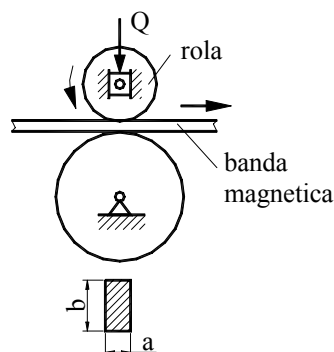


Fig. 1.2.8

În decursul procesului de deformare a unui corp, majoritatea punctelor sale își schimbă poziția. Drumul parcurs de un punct al corpului în procesul de deformare poartă denumirea de deplasare. De exemplu, arcul lamelar al unui rețea (Fig. 1.2.7) se află sub acțiunea forței F și trece din poziția inițială Oc în poziția Od .

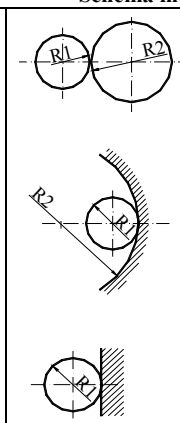
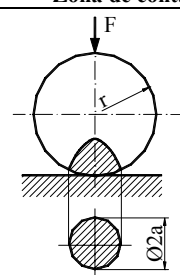
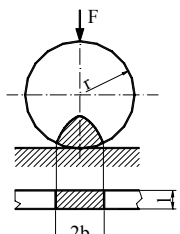
Porțiunea Oa se deformează iar poziția “ac” rămâne nedeformată. Punctul “a” se deplasează în “b” iar punctul “c” se deplasează în “d”.

Solicitarea de contact a două corpuri are în vedere determinarea eforturilor de contact cu ajutorul relației lui Hertz (tabelul Tab. 1.2.2). Roțile de fricțiune din transmisii, transmisiile cu element flexibil vehiculat (bandă magnetică, film, hârtie etc.) sunt două exemple unde apare această solicitare. Zona de contact, considerată teoretic liniară, are practic o lățime “a” (“b” este lățimea comună a rotelor) (Fig. 1.2.8).

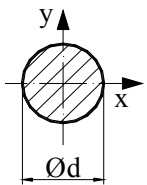
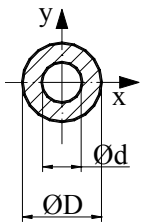
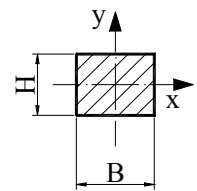
În timp ce la solicitările de întindere, compresiune și forfecare intervine doar aria secțiunii transversale din bară, la încovoiere și torsiune intervin alte caracteristici geometrice ale secțiunii: momente de inerție (I), module de rezistență (W).

În tabelul Tab. 1.2.3 se prezintă formulele de calcul pentru unele secțiuni des utilizate. Pentru suprafețe complexe metoda de calcul curentă constă în descompunerea acesteia în suprafețe simple cărora li se cunoaște momentele de inerție iar apoi adunarea (sau scăderea) momentelor de inerție.

Tab. 1.2.2

Schema încărcării	Zonă de contact	Efort maxim
	 $a = \sqrt[3]{\frac{1,5 \cdot (1 - \nu^2) \cdot F \cdot r}{E}}$	$p_{max} = 1,5 \cdot \frac{F}{\pi \cdot a^2}$ $E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}$
contact liniar		$p_{max} = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot b \cdot l}$

Tab. 1.2.3

Forma secțiunii	Moment de inerție axial	Module de rezistență	Moment de inerție polar	Modul de rezistență polar
	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} \cdot d^4$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32} \cdot d^3$	$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot d^4$	$W_p = \frac{\pi}{16} \cdot d^3$
	$I_x = I_y = \frac{\pi}{64} \cdot (D^4 - d^4)$	$W_x = W_y = \frac{\pi}{32} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$	$I_p = \frac{\pi}{32} \cdot (D^4 - d^4)$	$W_p = \frac{\pi}{16} \cdot \frac{D^4 - d^4}{D}$
	$I_x = \frac{B \cdot H^3}{12}$ $I_y = \frac{B^3 \cdot H}{12}$	$W_x = \frac{B \cdot H^2}{6}$ $W_y = \frac{B^2 \cdot H}{6}$	$I_p = \eta B^3 H$ η -Tab. 1.2.4	$W_p = \psi B^2 H$ ψ -Tab. 1.2.4

Tab. 1.2.4

H / B	1	1,5	2	3	4	6	8
η	0,14	0,196	0,229	0,263	0,281	0,299	0,307
ψ	0,208	0,231	0,246	0,267	0,282	0,299	0,307

Pentru orice element constructiv, în rezistența materialelor se pun în evidență câteva condiții:

▪ **Condiții de rezistență** – care prevăd ca tensiunile efective să nu depășească anumite valori-limită, dependente de proprietățile fizico-mecanice ale materialului; în situația de exploatare, pentru un element sollicitat la întindere, condiția de rezistență are forma:

$$\sigma_{max} \leq \sigma_a \quad (4.2.8)$$

unde σ_a este rezistența admisibilă a materialului.

Rezistența admisibilă este valoarea convențională aleasă în calcul, pe baza practicii, pentru efortul unitar maxim care se poate produce într-o piesă, în condiții date

de material și solicitare [2.1].

Rezistențele admisibile se notează σ_a, τ_a .

Se obișnuiește ca rezistența admisibilă să fie raportată la una din valorile particulare de pe curba caracteristică. Pentru materialele tenace la care se constată o limită de curgere, se ia:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_c}{c_c} \quad (4.2.9)$$

Pentru materialele fragile, rezistența admisibilă se ia funcție de rezistența de rupere:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_r}{c_r} \quad (4.2.10)$$

Coefficienții c_c, c_r se numesc coeficienți de siguranță. Valorile lor, ca și ale rezistențelor admisibile, depind de o serie de factori și abordarea lo depășește limitele prezentului curs. Pentru detalii suplimentare se poate consulta [2.1].

- **Condiții de rigiditate** – care limitează deplasările maxime efective la anumite valori admisibile; de exemplu, plăcile cu circuite imprimate trebuie să fie suficient de rigide pentru a nu permite ca prin deformațiile lor să se producă deplasări relative semnificative a unor componente. În plus lipiturile diverselor componente sunt extrem de sensibile la astfel de deplasări.
- **Condiții de stabilitate** – prin care valorile forțelor exterioare sunt limitate la valorile admisibile pentru care forma deformată a elementului constructiv reprezintă o poziție de echilibru stabil.
- **Condiții tehnico-economice** – care impun ca formele geometrice și dimensiunile adoptate să conducă la un consum minim de material în deplină siguranță de funcționare.

În mod practice, problemele de rezistență se formulează în:

- **Problema de dimensionare** – stabilirea dimensiunilor unei componente în funcție de forțele exterioare și valorile admisibile pentru materialele folosite;
- **Problema de verificare** – determinarea stărilor efective de tensiuni și deformații pe baza dimensiunilor și forțelor cunoscute și compararea cu valorile admisibile ;
- **Problema capacității portante** – determinarea valorilor maxime ale sarcinilor exterioare dacă se cunosc dimensiunile elementelor și caracteristicile de rezistență a materialelor.

1.3. Aplicații

1.3.1. Problema 4.1

Un aparat înregistrator are în dotare o transmisie cu curea rotundă. Puterea transmisă este $P = 10 \text{ W}$ iar viteza periferică a curelei este $v = 0,8 \text{ m/s}$. Se cere dimensionarea secțiunii transversale a curelei luând în considerare solicitarea de întindere acesteia. Se admite realizarea curelei din șnur din poliamidă cu rezistența

admisibilă la întindere $\sigma_{at} = 8,8 \text{ N/mm}^2$.

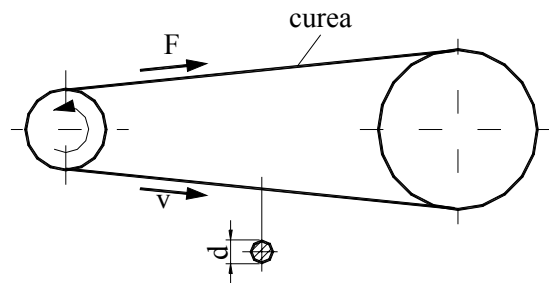


Fig. 1.3.1

Soluție

Forța periferică transmisibilă are valoarea:

$$F = \frac{P}{v} = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ N} \quad (4.3.1)$$

Diametrul nominal al curelei rotunde este:

$$d = \sqrt{\frac{4 \cdot F}{\pi \cdot \sigma_{at}}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 12,5}{\pi \cdot 8,8}} = 1,345 \text{ mm} \quad (4.3.2)$$

Din șirul de valori normalizate pentru șnur din poliamidă se alege un diametru efectiv $d=2 \text{ mm}$.

1.3.2. Problema 4.2

Volantul din transmisia prin fricțiune a unui magnetofon are un bandaj de cauciuc pe porțiunea cu care vine în contact cu arborele motorului. Să se determine presiunea de contact dintre bandajul de cauciuc și arborele motorului. Se cunosc: puterea utilă a motorului de antrenare $P = 4 \text{ W}$; turația motorului $n = 2890 \text{ rot/min}$; diametrul arborelui motorului $d = 16 \text{ mm}$; coeficientul de frecare pentru perechea oțel – cauciuc $\mu = 0,35 \dots 0,6$; presiunea de contact admisibilă pentru cauciuc $p = 5 \text{ N/mm}^2$.

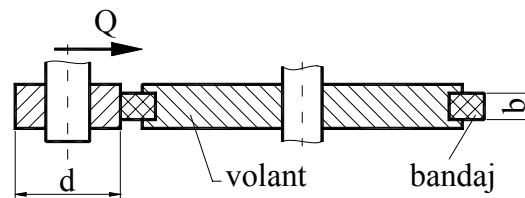


Fig. 1.3.2

Soluție

Viteza unghiulară a arborelui motorului este:

$$\omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot 2890}{30} = 302,486 \text{ rad/s} \quad (4.3.3)$$

Momentul motor transmis de arborele motorului este:

$$M_t = \frac{P}{\omega} = \frac{4}{302,486} = 13,223 \cdot 10^{-3} \text{ Nm} \quad (4.3.4)$$

Forța periferică existentă la contactul arborele motorului – volant va fi:

$$F = \frac{2 \cdot M_t}{d} = \frac{2 \cdot 13,223}{16} = 1,65 \text{ N} \quad (4.3.4)$$

Pentru a se putea transmite această forță periferică înseamnă că forța de frecare dintre arbore și volant (bandajul volantului) trebuie să respecte relația:

$$c \cdot F = \mu \cdot Q \quad (4.3.5)$$

unde "c" este coeficientul de siguranță la alunecare iar Q este forța normală de apăsare a volantului [2.3].

Din relația (4.3.5) se determină forța de apăsare:

$$Q = \frac{c \cdot F}{\mu} = \frac{2 \cdot 1,65}{0,45} = 7,33 \text{ N} \quad (4.3.6)$$

Presiunea de contact liniară dintre arbore și bandajul de cauciuc va fi:

$$p = \frac{Q}{b} = \frac{7,33}{5} = 1,46 < p_a = 5 \text{ N/mm} \quad (4.3.7)$$

1.4. Bibliografie

- [4.1] Buzdugan, Gh, *Rezistența materialelor*, Editura tehnică, București, 1974
- [4.2] Krause, W., *Grundlagen der Konstruktion. Lehrbuch für Elektroingenieure*, VEB Verlag Technik, Berlin
- [4.3] Demian, Tr., ș.a., *Elemente constructive de mecanica fină. Aplicații*, Editura Didactică și Pedagogică, București, 1980