CIRCUITUL R-L ŞI R-C. OSCILOSCOPUL

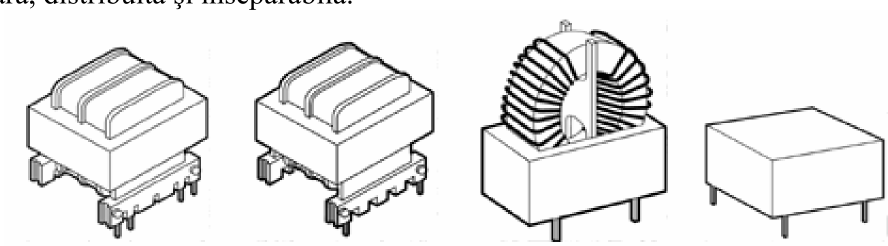
1. Scopul lucrării

Scopul lucrării este de a prezenta circuitele R-L şi R-C şi aplicabilitatea acestora în sistemele de acționare din mecatronică. De asemenea se urmăreşte prezentarea osciloscopului ca instrument de laborator şi utilizarea acestuia în analiza circuitelor amintite.

2. Considerații teoretice

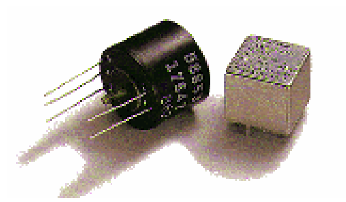
2.1 Circuitul R-L

O bobină realizată fizic (fig.4.1) conține pe lângă inductivitatea sa, în mod inevitabil şi rezistența electrică proprie a conductorului bobinat. Această resitență este interioară, distribuită şi inseparabilă.



a)

b)



c)

Fig. 4.1

- **Regimul tranzitoriu al circuitului R-L**

Studiul teoretic al acestor circuite se poate realiza pornind de la ecuația în valori instantanee.

Pentru un circuit R-L serie (fig.4.2) care se cuplează la o sursă ideală de curent continuu, cu tensiunea U_0, ecuația diferențială care descrie funcționarea acestuia este:

$$U_0 = R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} \quad (4.1)$$

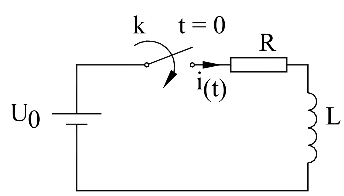


Fig.4.2

Soluția generală a ecuației se compune din soluția generală a ecuației omogene şi o soluție particulară a ecuației neomogene:

$$i_{(t)} = \frac{U_0}{R} \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (4.2)$$

unde constanta de timp a circuitului este $\tau = \frac{L}{R}$.

Comportarea unui circuit R-L (fig.4.3), care se găseşte în regim staționar sub tensiunea la borne U_0, într-un regim tranzitoriu datorat scurtcircuitării bornelor de alimentare este descrisă de ecuația:

$$R \cdot i + L \cdot \frac{di}{dt} = 0 \ ; \quad t > 0 \tag{4.3}$$

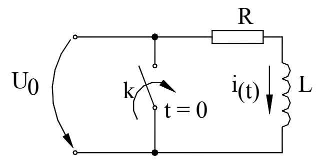


Fig.4.3

Soluția acestei ecuații este:

$$i_{(t)} = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{4.4}$$

unde τ este constanta de timp a circuitului.

Cuplarea unei bobine – cu rezistența proprie R şi inductivitatea L (fig.4.4) – la o sursă de curent alternativ este descrisă de ecuația diferențială:

$$L \cdot \frac{di}{dt} + R \cdot i = U\sqrt{2} \cdot \sin(\omega t + \varphi) \tag{4.5}$$

Soluția generală a ecuației este:

$$i(t) = \frac{U\sqrt{2}}{\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}} \left[\sin(\omega t + \varphi - \psi) - \sin(\varphi - \psi) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right] \tag{4.6}$$

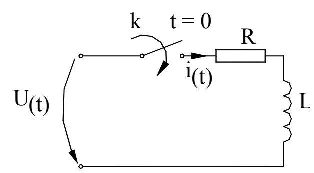


Fig.4.4

Dacă întrerupătorul este închis în momentul corespunzător anulării componentei de regim permanent a curentului, regimul tranzitoriu dispare.

- **<u>Regim nesinusoidal</u>**

O funcție periodică de timp $f(t) = f(t + kT)$, $k = \pm 1, \pm 2, ...$, în care $T = 1/f = \frac{2\pi}{\omega}$ este perioada, ω este pulsația (fundamentală), iar f este frecvența (fundamentală) se poate dezvolta într-o serie trigonometrică sau Fourier de forma:

$$f(t) = \frac{A_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(A_k \cos k\omega t + B_k \sin k\omega t \right) \tag{4.7}$$

sau

$$f(t) = F_0 + \sum_{k=1}^{\infty} F_k \sqrt{2} \sin(k\omega t + \varphi_k) \tag{4.8}$$

unde coeficienții A_k, B_k şi F_k se definesc prin relațiile:

$$A_0 = 2F_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t)dt \tag{4.9}$$

$$A_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k\omega t dt$$

$$B_k = \frac{2}{T}\int_0^T f(t)\sin k\omega t dt \qquad (4.10)$$

$$F_k = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{A_k^2 + B_k^2} \quad \text{şi} \quad \varphi_k = arctg\frac{A_k}{B_k}, \ k = 1, 2, .. \qquad (4.11)$$

Valoarea efectivă a mărimii periodice nesinusoidale este:

$$F = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T f^2 dt} \qquad (4.12)$$

În cazul unui curent periodic având expresia dezvoltată în serie Fourier:

$$i(t) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty}\sqrt{2}I_k \sin(k\omega t + \varphi_k) = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} i_k(t) \qquad (4.13)$$

valoarea efectivă este:

$$I = \sqrt{I_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} I_k^2} \qquad (4.14)$$

Relații asemănătoare cu (4.13) şi (4.14) se pot defeni şi pentru o tensiune periodică dezvoltată în serie Fourier.

Abaterea unei mărimi periodice de la forma sinusoidală se caracterizează prin *coeficientul de distorsiune- raportul dintre valoarea efectivă a armonicelor superioare (k>1) şi valoarea efectivă a componentei alternative a mărimii*:

$$k_d = \frac{I_d}{\sqrt{I^2 - I_0^2}} = \frac{\sqrt{I_2^2 + I_3^2 + ...}}{\sqrt{I_1^2 + I_2^2 + I_3^2 + ...}} \qquad (4.15)$$

Coeficientul de distorsiune este pozitiv şi subunitar.

Comportarea în regim nesinusoidal a unei bobine L poate fi abordată fie pe baza ecuației diferențiale a circuitului fie pe baza descompunerii spectrale a tensiunii de la borne şi calculul în complex a circuitului.

- **<u>Simularea procesului tranzitoriu pentru circuitul R-L</u>**

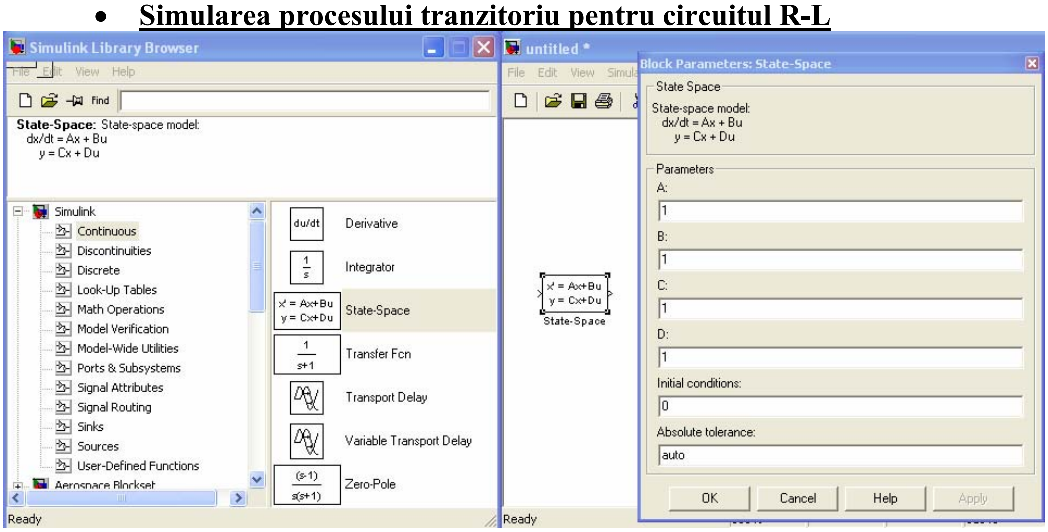


Fig.4.5

Rezolvarea unor ecuații diferențiale şi simularea dinamicii sistemului se poate realiza în mediul MATLAB/Simulink pe baza facilităților oferite pentru rezolvarea unui sistem de forma (fig.4.5):

$$\begin{aligned}\underline{\dot{x}}(t) &= A\cdot\underline{x}(t) + B\cdot\underline{v}(t)\\ y(t) &= C\cdot\underline{x}(t) + D\cdot\underline{v}(t)\end{aligned} \qquad (4.16)$$

unde: $\underline{x}$ – este vectorul variabilelor de stare, $\underline{y}$ – este vectorul mărimilor de ieşire, $\underline{v}$ – este vectorul de comandă, $A_{n\ x\ n}$ – este matrice de dimensiune *n x n* aferentă celor "n" stări ale sistemului (matricea coeficienților), $B_{n\ x\ m}$ – este matrice de dimensiune *n x m* unde "m" este numărul intrărilor în sistem (matricea de comandă), $C_{r\ x\ m}$ – este matricea de tranziție, $D_{r\ x\ m}$ – este matricea de ieşire.

Localizarea facilității de rezolvare a sistemului este următoarea: *Matlab / simulink / Continuous /* ***State – Space***.

Corespunzător acestui formalism: ***se introduce noua stare a variabilelor, se prelucrează ecuația diferențială inițială, se formează matricile de stare (A, B, C, D), se introduc datele în caseta de dialog şi se rulează programul***.

Referindu-ne la circuitul R-L ecuația (4.1) poate fi scrisă sub forma:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{R}{L}\cdot i + \frac{1}{L}\cdot U \qquad (4.17)$$

sau forma restrânsă:

$$\dot{\underline{x}}(t) = A\cdot\underline{x}(t) + B\cdot\underline{v}(t)$$

$$unde: \qquad (4.18)$$

$$A = \left[-\frac{R}{L}\right], \underline{x} = [i], B = \left[\frac{1}{L}\right], v = [U]$$

Vectorul de ieşire se defineşte pe baza matricelor: $C = [1], D = [0]$

Pe baza celor specificate anterior, se construieşte modelul în mediul Matlab / Simulink prin selectarea modulelor (fig.4.6):

- ***Constant –*** se introduce vectorul de comandă "v" corespunzător unei tensiuni de alimentare U (de ex.: U= 12 V);
- ***State - space*** – pentru introducerea matricelor de stare construite pentru valorile R, L (de ex.: R = 10 Ω, L = 1 H);
- ***Scope -*** pentru vizualizarea formei de variație a mărimii de ieşire;
- ***Se fixează parametrii de simulare pentruaprox. 3 – 4 constante de timp a circuitului (Simulation / Simulation parameters / Stop time).***

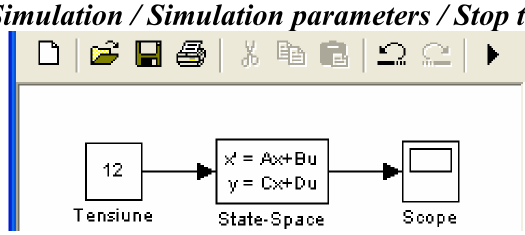


Fig.4.6

Răspunsul rezultat din simulare (fig.4.7) se compară cu cel din partea practică a lucrării.

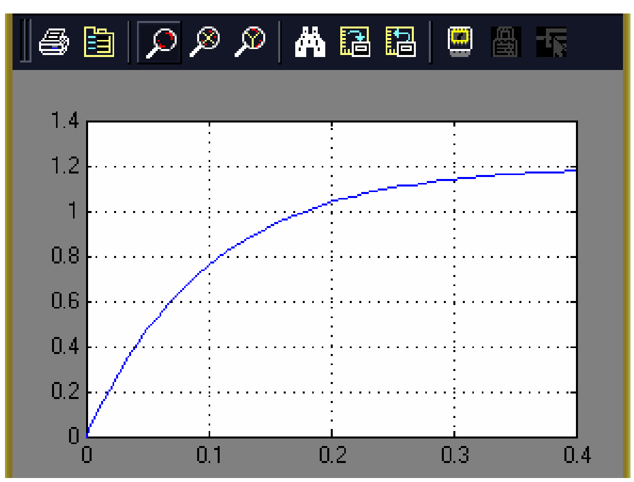


Fig.4.7

2.2 Circuitul R-C

Aspecte constructive ale unei capacități sunt prezentate în figura 4.8

a)

b)

Fig.4.8

- **Regimul tranzitoriu**

Circuitul electric compus dintr-un condensator C şi un rezistor R legat în serie şi conectate la o sursă de curent continuu este prezentat în figura 4.9

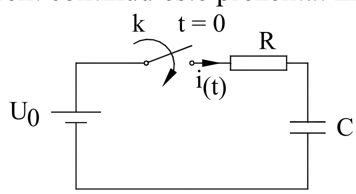


Fig.4.9

Considerând sursa de curent continuu de rezistență neglijabilă şi condensatorul în stare neîncărcată, ecuația diferențială care descrie starea tensiunii la bornele condensatorului este:

$$RC \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = U_0 \tag{4.19}$$

a cărei soluție este:

$$u_C = U_0 \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \tag{4.20}$$

unde τ = RC este constanta de timp.

Curentul din circuit are o variație în timp descrisă de ecuația:

$$i = \frac{U_0}{R} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{4.21}$$

Regimul tranzitoriu al unui condensator C încărcat la o tensiune U_0 şi decuplat apoi prin deschiderea întrerupătorului “k” este descris de ecuația:

$$R_0 C \cdot \frac{du_C}{dt} + u_C = 0 \tag{4.22}$$

unde R_0 este rezistența dielectricului (se consideră condensatorul real C ca un circuit echivalent în paralel R_0 – C). Soluția ecuației anterioare este

$$u_C(t) = U_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \tag{4.23}$$

unde $\tau = R_0 C$ este constanta de timp a circuitului echivalent.

2.3 Osciloscopul

Osciloscopul catodic este un aparat de măsurare sau observare, care utilizează unul sau mai multe fascicule electronice pentru a da o reprezentare valorilor instantanee ale semnalului electric măsurat în funcție de diverse mărimi variabile, dintre care cea mai des întâlnită este timpul.

Prin utilizarea de traductoare adecvate se poate realiza reprezentarea dependenței de timp a oricărei mărimi fizice obținându-se astfel o lărgire extremă a domeniilor de aplicație.

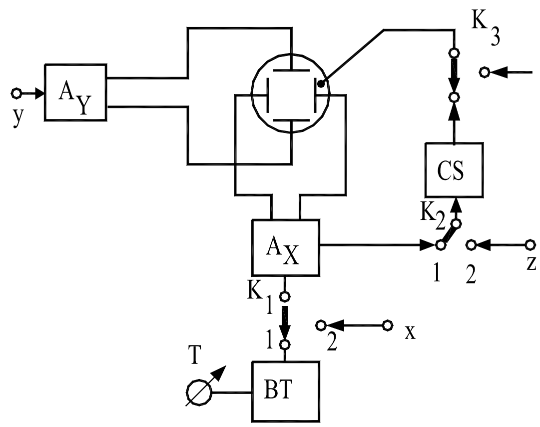


Fig. 4.10

Schema principială a unui osciloscop este prezentată în figura 4.10. Pe plăcile de deflexie verticală – plăcile Y – ale unui tub catodic se aplică semnalul de vizualizat “y” după ce în prealabil a fost amplificat prin intermediul amplificatorului pe verticală A_Y. Pe plăcile de deflexie orizontală – numite şi plăci X – se aplică un semnal proporțional cu timpul “t”, pe ecranul tubului catodic apărând astfel dependența y(t) (figura 4.11). Semnalul proporțional cu timpul se numeşte *baza de timp* şi este produs de generatorul bazei de timp BT şi amplificat la nivelul necesar de amplificatorul pe orizontală A_X. Pe ecranul osciloscopului imaginea va fi stabilă numai dacă perioada T a bazei de timp este egală sau este un multiplu al perioadei semnalului vizualizat. Pentru abateri mici de la această egalitate imaginea se mişcă lent spre stânga sau spre dreapta în funcție de sensul abaterii, iar pentru abateri mari imaginea devine incoerentă. Este evident că structura unui osciloscop prezentată anterior permite şi vizualizarea unei dependențe $y_{(x)}$ dintre două semnale y şi x, prin trecerea comutatorului K_1 în poziția 2. Pe panoul frontal această poziție este marcată de obicei prin “X-EXT”. Prin comutarea butonului K_3 se poate realiza modulația exterioară a intensității spotului (dimensiunea “z”).

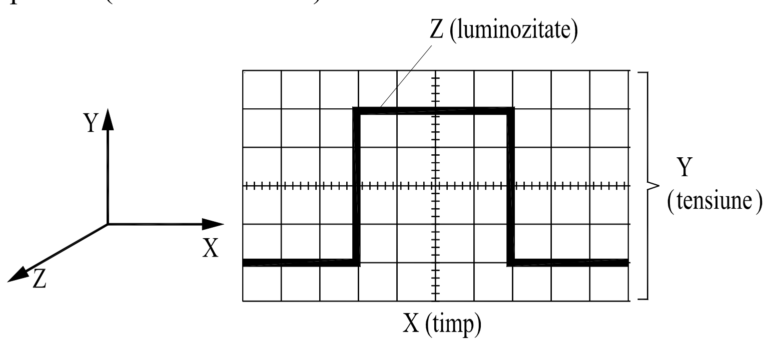


Fig.4.11

3. **Mersul lucrării**

3.1 Utilizarea osciloscopului

Realizați schema de montaj a unui generator de semnal în conexiune cu un osciloscop (fig.4.12).

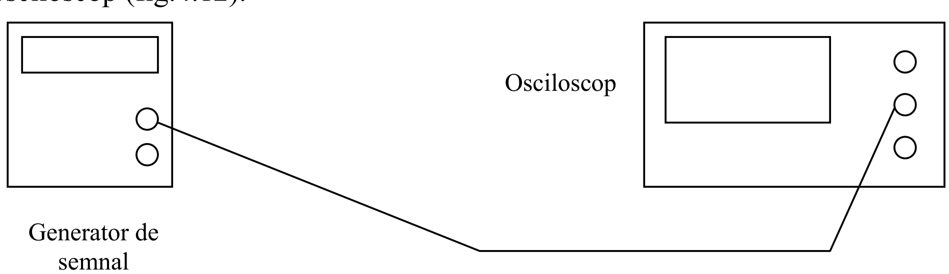


Fig.4.12

Conectați generatorul de semnal la rețeaua de alimentare şi setați funcția acestuia pentru generarea unui semnal “S” la o valoare de 1,5 V şi o frecvență 1kHz. Observați, comentați şi consemnați observațiile în referat.

3.2 Studiul circuitelor R-C

Intercalați în schema anterioară (în mod succesiv) circuitele R-C prezentate. Setați funcția generatorului de semnal la diverse valori şi consemnați rezultatele obținute. Determinați mărimile caracteristice ale circuitelor R-C analizate.

3.3 Studiul circuitelor R-L

Refaceți schemele anterioare prin utilizarea unui circuit R-L şi consemnați în referat schemele utilizate, valorile parametrilor utilizați, rezultatele obținute şi concluziile.

3.4 Simularea circuitului R-L

Pe baza datelor obțiunte din încercările experimentale de la punctul 3.3 realizați simularea funcționării circuitului R-L în mediul Matlab / Simulink şi consemnați concluziile rezultate. Simulați circuitul R-L în mediul MathCad pentru cazuri concrete (vezi ANEXA L4)

3.5 Simularea în EWB

Realizați pe baza softului EWB un circuit compus din capacitatea C = 0.01 mF şi rezistența R = 10 kΩ care să modeleze un filtru trece – jos. Conectați la circuit un generator de semnal pe care îl setați la un semnal dreptunghiular cu frecvența 500 Hz şi amplitudinea 5 V.

- Desenați în referat schema electrică;
- Scrieți ecuațiile care descriu funcționarea sistemului şi rezolvați sistemul format;
- Care este constanta de timp a circuitului ? Care sunt unitățile de măsură utilizate ?
- Conectați un osciloscop astfel încât să puteți vizualiza tensiunea la bornele capacității şi respectiv la intrarea în sistem;
- Care este constanta de timp experimentală; Care sunt posibilele cauze a diferenței dintre constantele de timp ?

3.6 Probleme

- Un releu electromagnetic de curent continuu care se cuplează la tensiunea U_0 = 12 V se echivalează cu un circuit R-L. Se cere să se determine intervalul de timp care trece până la mişcarea armăturii cunoscând că valoarea curentului pentru acest moment este $i_a = 0.4A$. Se cunosc: $L = 0.8H$ şi $R = 8\Omega$.

Problema prezentată corespunde regimului tranzitoriu descris de ecuația (4.1). Armătura începe să se deplaseze în momentul t_1 în care curentul din circuit atinge valoarea i_a:

$$t_1 = \frac{L}{R} \cdot \ln \frac{U_0}{U_0 - R \cdot i_a} = \frac{0.8}{8} \cdot \ln \frac{12}{12 - 8 \cdot 0.4} = 0.031 \text{ s}$$

- O bobină ideală de inductivitate L este alimentată la o tensiune alternativă simetrică dreptunghiulară cu valoare extremă U_0. Se cere să se determine variația în timp a curentului absorbit.

Ecuația diferențială de funcționare a circuitului se poate scrie sub forma:

$$\frac{di}{dt} = \begin{cases} \dfrac{U_0}{L}, & pentru\ 0 < t < T/2 \\ -\dfrac{U_0}{L}, & pentru\ T/2 < t < T \end{cases}$$

şi are soluția:

$$i(t) = \begin{cases} \dfrac{U_0}{L} \cdot \left(t - \dfrac{T}{4} \right), & pentru\ 0 < t < T/2 \\ -\dfrac{U_0}{L} \cdot \left(t - \dfrac{3T}{4} \right), & pentru\ T/2 < t < T \end{cases}$$

Probleme propuse

1. O baterie de 6 V are conectate prin intermediul unui întrerupător K o inductivitate L = 0.01 H şi o rezistență R = 10 KΩ.
   Să se determine:
   - Constanta de timp a circuitului;
   - După cât timp de la închiderea întrerupătorului K curentul prin circuit atinge 80 % din valoarea de regim stabilizat ?
2. O bobină reală este parcursă de un curent de 2 A dacă este conectată la o sursă de curent continuu de 24 V şi de un curent de 1.2 A dacă este conectată la o sursă de c.a. de 24 V şi 50 Hz. Să se determine rezistența şi respectiv inductivitatea bobinei.