SIMULAREA FUNCȚIONĂRII SISTEMELOR DE ACTIONARE

1. Scopul lucrării

Scopul lucrării este de a prezenta modalități de simulare a sistemelor de acționare electrică.

2. Aspecte teoretice privind ecuația de mişcare a elementelor de reducere din sistemul de acționare

Pentru orice mecanism, maşină sau agregat se poate face reducerea maselor şi a forțelor care acționează asupra lui la un singur element. În acest mod un mecanism se poate înlocui, în vederea studiului dinamic, cu un singur element numit element de reducere (rotorul motorului electric sau hidraulic, armătura mobilă a electromagnetului, pistonul cilindrului pneumatic etc.).

Ecuația de mişcare pentru un element de reducere în mişcare de rotație este (viteza ω_A):

$$I_r \cdot \frac{d\omega_A}{dt} + \frac{\omega_A^2}{2} \cdot \frac{dI_r}{d\theta} = M \tag{7.1}$$

iar pentru un element în mişcare de translație (de viteză v_A):

$$m_r \cdot \frac{dv_A}{dt} + \frac{v_A^2}{2} \cdot \frac{dm_r}{dx} = F \tag{7.2}$$

Forța generalizată în cele două cazuri are expresia:

$$M = M_m - M_{r,red} \tag{7.3}$$

$$F = F_m - F_{r,red} \tag{7.4}$$

unde notațiile au semnificația: M_m, F_m - momentul motor respectiv forța motoare, M_{red}, F_{red} - momentul rezistent redus (a forțelor tehnologice, de frecare, gravitaționale) respectiv forța rezistentă redusă.

În cazul unui număr mare de echipamente, momentul de inerție redus şi masa redusă sunt mărimi constante (independente de coordonata generalizată) astfel că relațiile anterioare se simplifică.

Momentul rezistent poate avea un caracter *potențial* sau *reactiv*. *Momentele rezistente potențiale* (de ex. componenta gravitațională, componenta elastică de deformație) îşi mențin sensul, independent de cel al mişcării. Aceste cupluri au pe anumite porțiuni ale cursei un caracter motor.

Momentele rezistente reactive (de ex. forțele de frecare uscată sau vâscoasă) provoacă întotdeauna un efect de frânare acționând în sens opus mişcării. Momentele de frecare uscată – frecare coulombiană la viteză constantă - au modulul constant, dependent de coeficientul de frecare "μ" dintre piesele aflate în contact, descris de ecuația:

$$M_{rf} = |M_{rf}| \cdot \mathrm{sign}(\omega) \tag{7.5}$$

Momentele de frecare vâscoasă au o dependență liniară de viteză, ecuația caracteristică având expresia:

$$M_{rf,v} = \beta \cdot \omega \tag{7.6}$$

unde "β" este un coeficient de proporționalitate.

Pentru servomotoarele electrice de acționare momentul rezistent datorat frecării constituie o dată de catalog. Valoarea acestui moment rezistent (componenta statică şi vâscoasă) are expresia:

$$M_{rf} = M_{fs} + K_v \cdot n \cdot 10^{-3} \ \text{[Ncm]} \tag{7.7}$$

unde "M_{fs}" este momentul de frecare statică (din rulmenți), "K_v" este constanta de amortizare vâscoasă [Ncm/10^3 min^{-1}] şi "n" este turația arborelui [rot/min].

O ultimă componentă a momentului rezistent de frecare este datorată frecării cu aerul a pieselor în mişcare (de exemplu frecarea ventilatorului cu aerul):

$$M_{rf,w} = \alpha \cdot \omega^2 \tag{7.8}$$

unde “α” este coeficientul frecării cu aerul.

Momentul rezistent al forţelor tehnologice de la maşina antrenată se calculează prin metodele mecanicii clasice.

3. Aspecte teoretice privind elasticitatea sistemului de acţionare

În general se consideră că elementele componente din sistemului de acţionare sunt rigide. Această ipoteză, pentru sistemele foarte rapide, nu este exactă deoarece elementele componente sunt elastice. Datorită acestei elasticităţi, elementele se deformează. Vitezele instantanee ale diverselor componente cuplate mecanic sunt diferite şi uneori chiar de semne contrare. Sistemul acumulează o cantitate importantă de energie potenţială ceea ce poate conduce la vibraţii torsionale. Parametrii elementului elastic sunt în general determinabili prin încercări experimentale sau prin calcul. Luarea în considerare a acestui aspect este ilustrată pentru mişcarea de translaţie respectiv rotaţie în figurile 7.1-7.3.

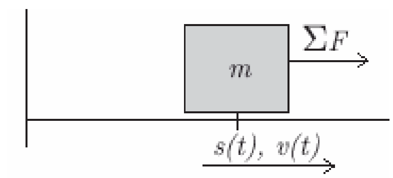

Fig.7.1

Ecuaţia care descrie funcţionarea sistemului din figura 7.1 este:

$$\sum F = m \cdot \frac{dv}{dt} = m \cdot \frac{d^2 s}{dt^2} \tag{7.9}$$

Pentru aceleaşi două mase – legate printr-un element elastic de rigiditate *k* - forţele elastice sunt:

$$F_1 = k \cdot (s_2 - s_1) = -F_2 \tag{7.10}$$

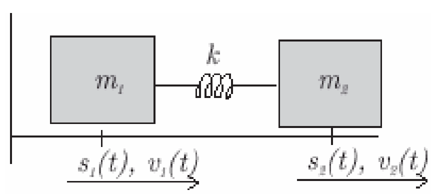

Fig.7.2

Ecuaţii asemănătoare se pot scrie şi pentru cazul elementelor în mişcare de rotaţie (fig. 8.3):

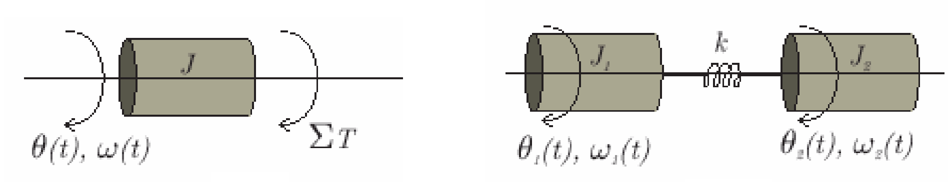

Fig.7.3

$$\sum T = J \cdot \frac{d\omega}{dt} = J \cdot \frac{d^2\theta}{dt^2} \tag{7.11}$$

$$T_1 = k \cdot (\theta_2 - \theta_1) = -T_2 \qquad (7.12)$$

Considerând o legătură – caracterizată de coeficientul de amortizare β - între cele două mase ale sistemului din figura 7.4 ecuațiile care descriu forțele de amortizare (pentru cele două subsisteme) sunt:

$$F_1 = \beta \cdot (v_2 - v_1) = -F_2 \qquad (7.13)$$

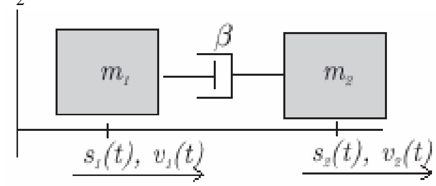

Fig.7.4

Dacă elementele sunt în mişcare de rotație iar coeficientul de amortizare este β atunci cuplul de amortizare este (fig.7.5):

$$T_1 = \beta \cdot (\omega_2 - \omega_1) = -T_2 \qquad (7.14)$$

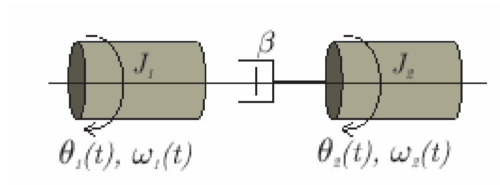

Fig.7.5

Pentru un servosistem rapid cu o singură masă inerțială (fig.7.6) ecuațiile care descriu dinamica sistemului vor fi:

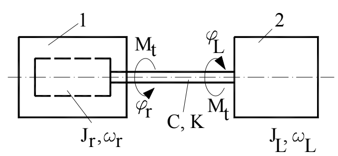

Fig.7.6

$$J_r \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = M_m - M_t \qquad (7.15)$$

$$J_L \cdot \frac{d\omega_L}{dt} = M_t - M_L \qquad (7.16)$$

$$M_t = K \cdot (\varphi_r - \varphi_L) + C \cdot (\omega_r - \omega_L) \qquad (7.17)$$

$$\frac{d\varphi_r}{dt} = \omega_r \quad \text{şi} \quad \frac{d\varphi_L}{dt} = \omega_L \qquad (7.18)$$

unde: M_m *şi* M_t sunt cuplul motor şi respectiv momentul de torsiune transmis, *K* este constanta elastică a elementului de transmitere, *C* este constanta de amortizare introdusă de legătura elastică.

În relațiile anterioare nu s-a luat în considerare frecarea din sistem.

4. Modelarea frecării în mediul Matlab / Simulink

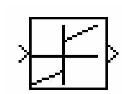

Fig.7.7

Blocul pentru frecare este localizat în Simulink / Nonlinear / Coulomb & Viscous Friction. Iconul folosit este prezentat în figura 7.7. Acest bloc modelează frecarea uscată (Coulomb) şi frecarea vâscoasă.

Blocul modelează aspectul liniar al fenomenului:

- ordonata (offset) corespunde frecării uscate
- aspectul de rampa (amplificare - Gain) corespunde frecării vâscoase.

Modelul matematic care corespunde blocului:

y = sign(u) * (Gain * abs(u) + Offset) (7.19)

"y" corespunde mărimii de ieşire iar "u" mărimea de intrare. Parametrii blocului sunt "ordonata" şi respectiv "amplificarea".

5. Mersul lucrării

- Considerați un element în mişcare de rotație cu o lege de mişcare pentru accelerație constantă $\varepsilon = 15$ rad/s^2 ca în figura 7.8. Se cunosc următoarele date: momentul de inerție redus J_{red} = 0.1 kgm^2, constanta de amortizare C = 0.02 Nm/rad/s, momentul rezistent M_r = 10 Nm, durata ciclului t = 20 + 20 + 20 s. Se cere:

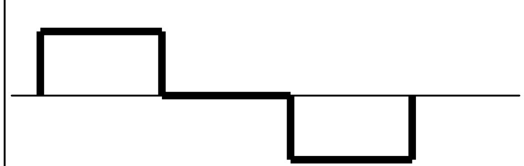

Fig.7.8

- Să se realizeze schema principială a sistemului analizat;
- Să se determine modelul matematic al mişcării elementului;
- Să se realizeze simularea, în mediul Matlab / Simulink, a momentului motor pentru condițiile date;

- Masa armăturii mobile a unui electromagnet este m = 0.2 kg într-o mişcare de translație sub acțiunea unei forțe F = 100 N. Forța rezistentă creată de un arc elicoidal este F_r = 10 N. Forța de frecare vâscoasă are coeficientul $C = 1.5 \cdot 10^{-3}$ [Ns/m]. Se cere:
  - Realizați schema principială a sistemului;
  - Determinați modelul matematic al mişcării armăturii mobile;
  - Realizați simularea mişcării (Matlab / Simulink) şi vizualizați variația parametrilor cinematici pe durata de t = 10 s.

- Se consideră sistemul de acționare cu o singură masă inerțială pentru care se cunosc: $J_r = 1.3 \cdot 10^{-5}$ [kgm^2], $J_L = 2.4 \cdot 10^{-5}$ [kgm^2], constanta de elasticitate $K = 1.5 \cdot 10^{-3}$ [Nm/rad], constanta de amortizare vâscoasă $C = 5 \cdot 10^{-6}$ [Nm/rad/s], momentul motor M_m = 100 Nm iar momentul rezistent este M_L =10 Nm
  - Determinați modelul matematic al sistemului de acționare;
  - Realizați simularea funcționării sistemului (Matlab/Simulink).

- reluați aplicația anterioare construind modelul de simulare pe baza spațiului stărilor la mişcarea armăturii prin aplicarea blocului pentru frecare aflat în biblioteca Simulink.

- Consemnați în referat concluziile de rigoare.