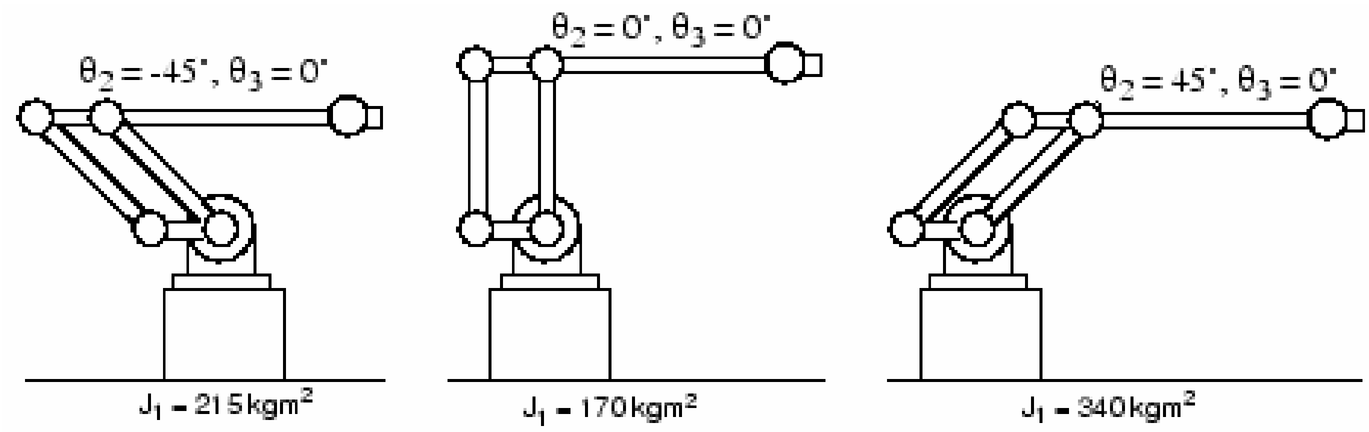
Departamentul de MECATRONICĂ
Facultatea de MECANICĂ
UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA

SISTEME DE ACTIONARE II



Prof. dr. ing. Valer DOLGA,

Cuprins_4

1. Ecuatia de miscare
2. Influenta elasticitatii sistemului
3. Legi de miscare

Ecuatia de miscare

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial E_c}{\partial q_k}=Q_k$$ Ec. lui Lagrange

E_c reprezinta energia cinetica a sistemului;

-q_k reprezinta coordonata generalizata

- "Θ" pentru miscarea de rotatie a elementului de reducere;
- "x" pentru miscarea de translatie;

- $\frac{dq_k}{dt}$ reprezinta viteza generalizata

- "ω" pentru miscarea de rotatie a elementului de reducere;
- "v" pentru miscarea de translatie;

-Q_k reprezinta forta generalizata

- un moment "M" pentru miscarea de rotatie;
- o forta "F" pentru miscarea de translatie;

- k reprezinta numarul gradelor de libertate.

$$E_c = \frac{J_r \cdot \omega_A^2}{2}$$

$$E_c = \frac{m_r \cdot v_A^2}{2}$$

•I_r, m_r reprezinta momentul de inertie redus respectiv masa redusa;
•ω_A, v_A reprezinta viteza unghiulara respectiv liniara a elementului de rducere.

$$J_r \cdot \frac{d\omega_A}{dt} + \frac{\omega_A^2}{2} \cdot \frac{dJ_r}{d\theta} = M$$

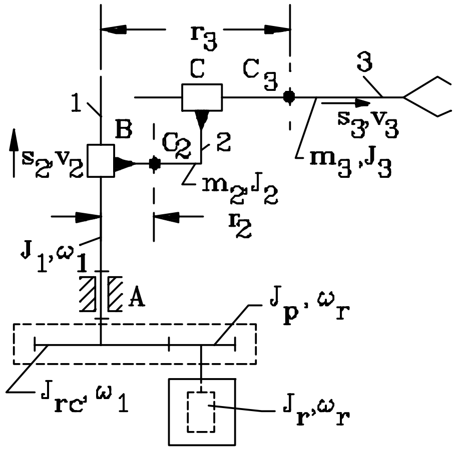
$$m_r \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v_A^2}{2} \cdot \frac{dm_r}{dx} = F$$

$$M = M_m - M_{r,red}$$

$$F = F_m - F_{r,red}$$

•M_m, F_m reprezinta momentul motor respectiv forta motoare;
•$M_{r,red}$, $F_{r,red}$ reprezinta momentul rezistent redus (a fortelor tehnologice, de frecare, gravitationale) respectiv forta rezistenta redusa.

Exemplu



$$E_{cs} = E_{cr} + E_{cp} + E_{crc} + E_{c1} + E_{c2} + E_{c3}$$

$$E_{cr} = \frac{J_r \cdot \omega_r^2}{2} \qquad E_{cp} = \frac{J_p \cdot \omega_r^2}{2} \qquad E_{crc} = \frac{J_{rc} \cdot \omega_1^2}{2}$$

$$E_{c1} = \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} \qquad E_{c2} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} + \frac{\left(J_2 + m_2 \cdot r_2^2\right) \cdot \omega_1^2}{2}$$

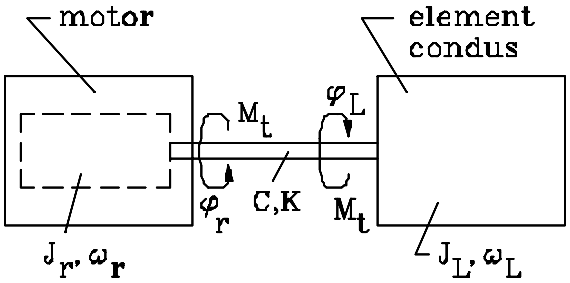
$$E_{c3} = \frac{m_3 \cdot \left(v_2^2 + v_3^2\right)}{2} + \frac{\left(J_3 + m_3 \cdot r_3^2\right) \cdot \omega_1^2}{2}$$

$$J_t \cdot \varepsilon_r + \frac{2}{i^2} \cdot m_3 \cdot \omega_r \cdot r_3 \cdot v_3 = M_m - \frac{M_f}{i} - M_{fs} - M_{fv}$$

$$J_t = J_r + J_p + \left(J_{rc} + J_1 + J_2 + m_2 \cdot r_2^2 + J_3 + m_3 \cdot r_3^3\right) \cdot \frac{1}{i^2}$$

- M_m este cuplul dezvoltat de motorul de actionare ; "i" este raportul de transmitere; "M_f" este momentul de frecare in cupla cinematica de rotatie;
- "M_{fs}" este momentul frecarilor statice din motorul de actionare; "M_{fv}" este momentul frecarilor viscoase din motorul de actionare.

Influenta elasticitatii sistemului



$$J_r \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_t$$

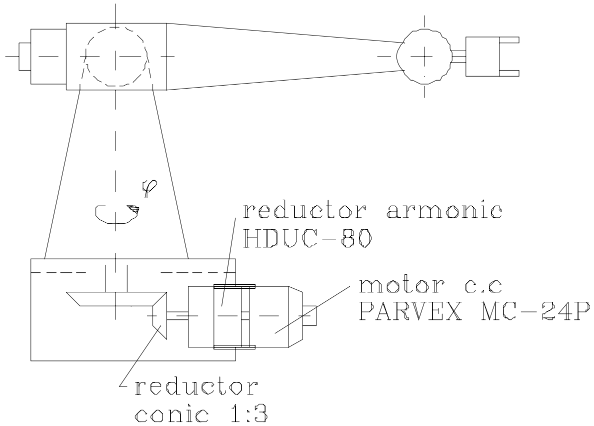
$$J_L \cdot \frac{d\omega_L}{dt} = M_t - M_L$$

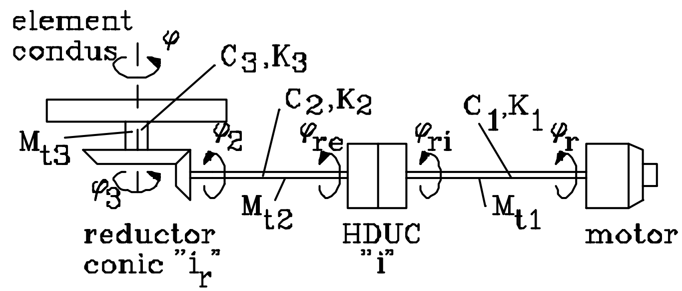
$$M_t = C \cdot (\varphi_r - \varphi_L) + K \cdot (\omega_r - \omega_L)$$

$$\frac{d\varphi_r}{dt} = \omega_r$$

$$\frac{d\varphi_L}{dt} = \omega_L$$

Exemplu





ecuatia circuitului electric (m.c.c.):

$$u = R_i \cdot i_i + L_i \cdot \frac{di_i}{dt} + K_e \cdot \omega_r$$

ecuatia de miscare pentru rotor si respectiv prima legatura elastica (rotor - reductor armonic):

$$\begin{cases} J_r \cdot \dfrac{d\omega_r}{dt} = K_m \cdot i_i - M_{t1} - K_{fv} \cdot \omega_r \\ J_1 \cdot \dfrac{d\omega_{ri}}{dt} = M_{t1} - \dfrac{M_{t2}}{i} \qquad J_1 = J_{1r} + \dfrac{J_{2r}}{i^2} \\ M_{t1} = C_1 \cdot (\varphi_{ri} - \varphi_r) + K_1 \cdot (\omega_{ri} - \omega_r) \\ M_{t2} = C_{ra} \cdot \left(\varphi_{re} - \dfrac{\varphi_{ri}}{i}\right) + K_{ra} \cdot \left(\omega_{re} - \dfrac{\omega_{ri}}{i}\right) \end{cases}$$

ecuatiile celei de-a doua legaturi elastice "reductor armonic - reductor conic"

$$\begin{cases} J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_{t2} - \frac{M_{t3}}{i_r} \\ J_2 = J_{pc} + \frac{J_{rc}}{i_r^2} \\ M_{t2} = C_2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_{re}) + K_2 \cdot (\omega_2 - \omega_{re}) \\ M_{t3} = C_3 \cdot \left(\varphi_3 - \frac{\varphi_2}{i}\right) + K_3 \cdot \left(\omega_3 - \frac{\omega_2}{i}\right) \end{cases}$$

ecuatiile celei de-a treia legaturi elastice "reductor conic element condus":

$$\begin{cases} J_3 \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{t3} - M_{rt} \\ M_{t3} = C_3 \cdot (\varphi - \varphi_3) + K_3 \cdot (\omega - \omega_3) \end{cases}$$

Legi de miscare

Legile de miscare de ordinul zero, unu si doi pentru miscarea relativa a elementelor, care constituie cuplele cinematice conducatoare, descriu evolutia in timp a parametrilor cinematici spatiu, viteza, acceleratie pentru elementul de reducere cunoscindu-se traiectoria pe care trebuie sa o execute punctul caracteristic.

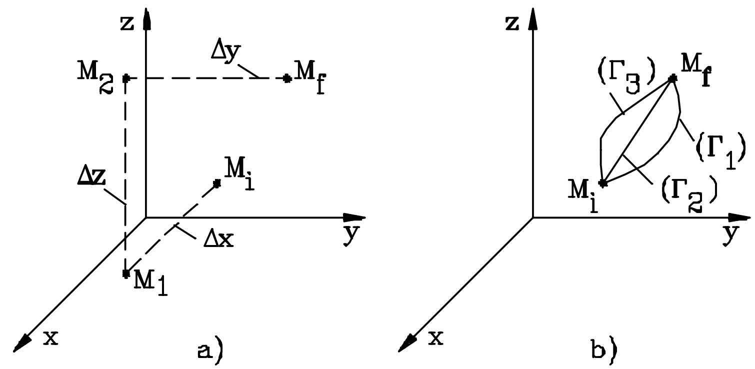
Succesiunea parametrilor cinematici ai cuplelor cinematice conducatoare este impusa de **functia de comanda** in conformitate cu operatia humanoida de efectuat.

Prin **comanda** se intelege setul de informatii transmise de la sistemul de comanda la sistemul de actionare si care prescrie functionarea acestuia din urma.

a) in aplicatii specifice de manipulare a unor piese (deservire de utilaje, stivuire etc.) se impune aducerea piesei manipulate in pozitii fixe din spatiu (puncte tinta). In aceste cazuri se utilizeaza o comanda **punct cu punct (PTP).**

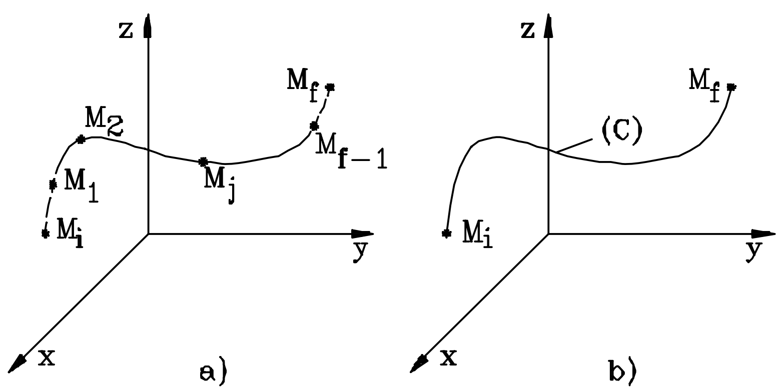
b) in aplicatii de vopsire, sudare, montaj etc. se impune ca punctul caracteristic al RI sa descrie anumite traiectorii in conformitate cu procesul tehnologic si forma obiectului. In aceste cazuri se realizeaza o comanda pe **traiectorie continua (CP).**

PTP



a) actionarea succesiva a fiecarei cuple cinematice conducatoare in secvente diferite

b) actionarea simultana a mai multor cuple cinematice, pornite la momentul t=0 si oprite la momentul $t=t_1$, functie de complexitatea traiectoriei. Traiectoria intre punctele tinta nu este impusa

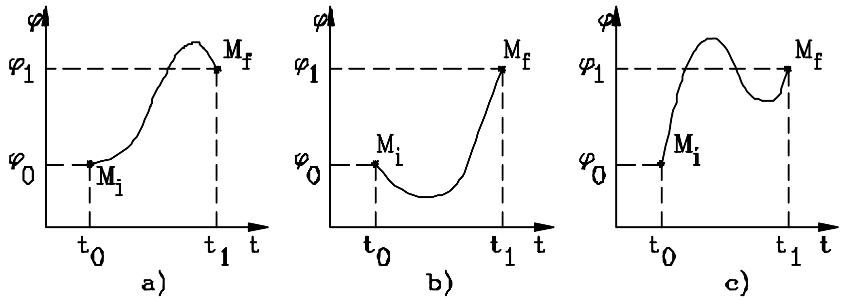


CP

a) traiectoria intre punctele M_i si M_f este descrisa prin puncte intermediare M_j (j=1, 2,...) denumite puncte de precizie. Miscarea intre doua puncte de precizie succesive se realizeaza punct cu punct

b) traiectoria continua intre punctele Mi si Mf este descrisa pe cale analitica prin ecuatia (C).

Traiectorii nerecomandate



Functia $\varphi_k(t)$ ce descrie modul de variatie a coordonatei generalizate din cupla "k" trebuie sa fie monotona pe intervalul $[t_0, t_1]$ de actionare a cuplei

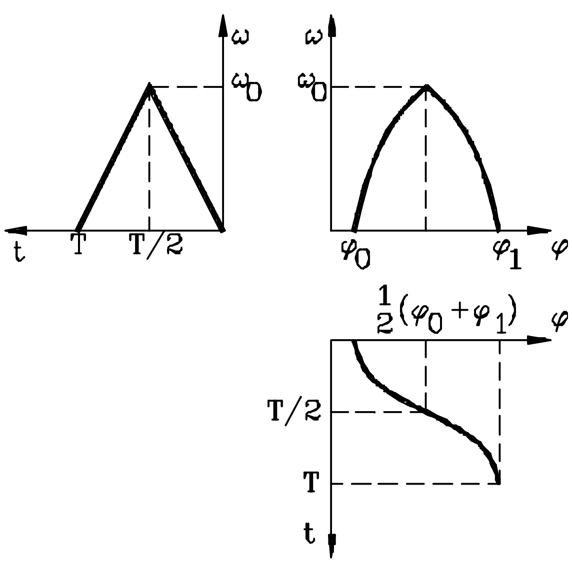
Traiectorii BANG - BANG

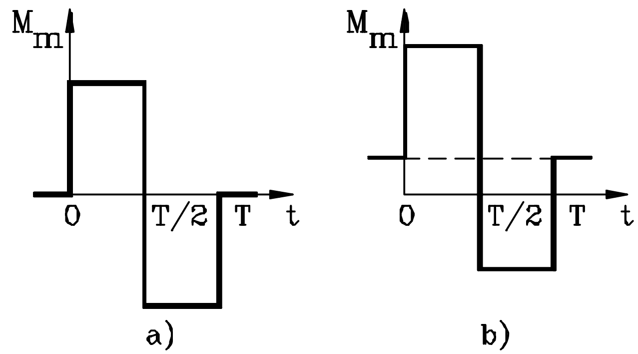
- asigura deplasarea punctului caracteristic din starea initiala (φ_0) in starea finala (φ_1) in timpul minim "T";

a1) - legile de miscare pentru restrictii de acceleratie

$$|\varepsilon| < \varepsilon_0$$

$$T = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{\varepsilon_0}}$$





a) Frecare zero

b) Frecare diferita de zero

Modificarea cuplului motor la momentele t=T/2 si t=T se poate realiza in mai multe moduri:

1 - in circuit deschis;

2 - in circuit inchis pe baza de reactie de pozitie;

3 - in circuit inchis pe baza de reactie de viteza

1. Momentele T/2 si T se presupun determinate prin relatii de calcul sau prin invatare iar un sistem de comanda bazat pe timp programabil permite realizarea comutatiei.
2. Comutarea are loc la atingerea valorii coordonatei generalizate $\varphi = \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2}$ si a coordonatei φ_1. Aceste valori sunt sesizate prin intermediul unui traductor de pozitie.
3. Modificarea in starea de comanda a motorului se poate efectua in momentul in care viteza controlata atinge valoarea $\omega_0 = \sqrt{\varepsilon_0 \cdot (\varphi_1 - \varphi_0)}$ si apoi valoarea "0".

Controlul vitezei, in miscarea robotului, este recomandat cind cursele sunt scurte si se fac cu viteze mici.

La deplasari lungi si rapide, se recomanda controlul in pozitie.

$$t_m = \frac{\omega_m}{\varepsilon_m}$$

$$\varepsilon_m = \frac{M_m}{J_r}$$

$$\varphi(t_m) = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_r}{M_m} \cdot \omega_m^2$$

Daca $\varphi_1 - \varphi_0 \geq 2 \cdot \varphi(t_m)$

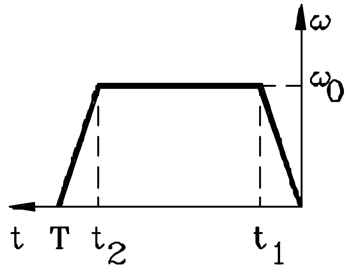
⇓

cursa lunga

a2) - legi de miscare cu restrictii de acceleratie si viteza

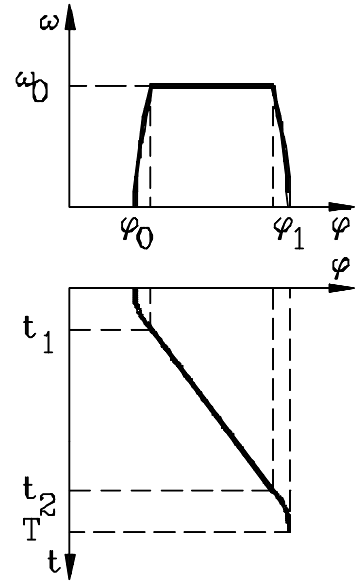
$$|\varepsilon| < \varepsilon_0$$

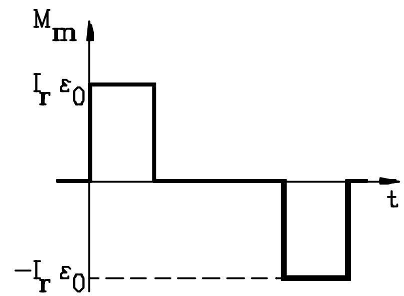
$$|\omega| < \omega_0$$



$t_1 = \omega_0 / \varepsilon_0$

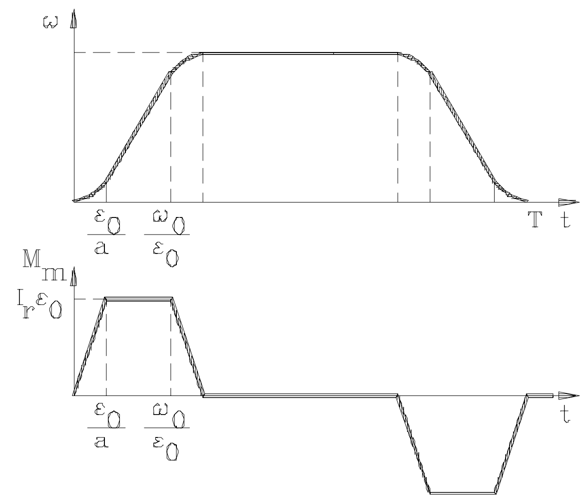
$t_2 = T - t_1$



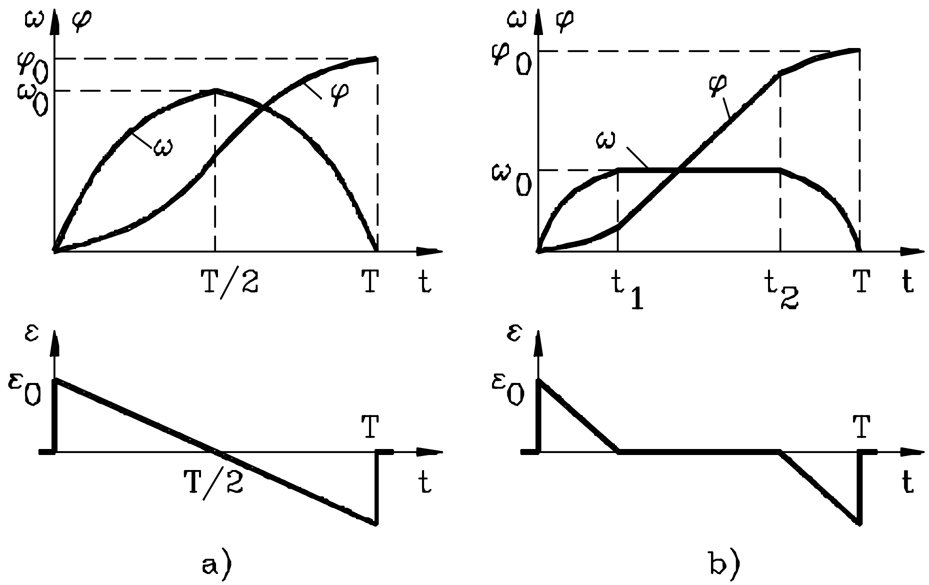


a3) - legi de miscare cu restrictii de supraacceleratie, acceleratie si viteza

$$\left|\frac{d^2\omega}{dt^2}\right| \le a$$



Traiectorii polinomiale



$$\omega = a + bt + ct^2$$

$$\varphi = d + at + \frac{bt^2}{2} + \frac{ct^3}{3}$$

$$\varepsilon = b + 2ct$$

$$t = 0 \rightarrow \omega = 0, \quad \varphi = 0$$

$$t = \frac{T}{2} \rightarrow \omega = \omega_0$$

$$t = T \rightarrow \omega = 0, \quad \varphi = \varphi_0$$

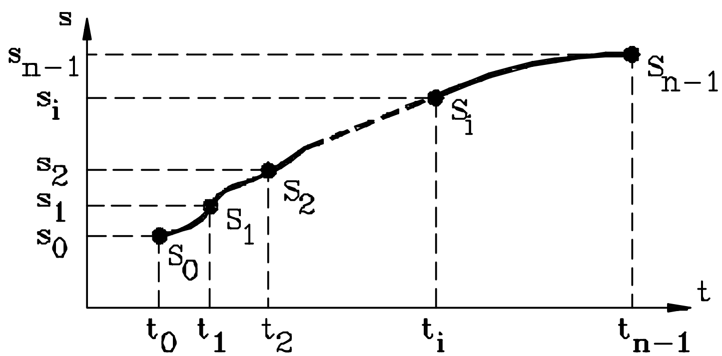
⇒

$$a = d = 0$$

$$c = -\frac{b}{T}$$

$$b = \frac{4 \cdot \omega_0}{T}$$

Legi de miscare pentru CP



Fie segmentul "i" corespunzator perechilor de puncte [t_{i-1}, S_{i-1}] si [t_i, S_i]

$$\tau_i = t - t_{i-1}$$

$$s_i(\tau_i) = a_{0i} + a_{1i} \cdot \tau_i + a_{2i} \cdot \tau_i^2 + a_{3i} \cdot \tau_i^3 + a_{4i} \cdot \tau_i^4$$

Coeficientii polinomiali din relatia anterioara se determina pe baza unor conditii initiale :

- identitatea originii unui segment "i" cu extremitatea finala a celui anterior "i-1":

$$s_i(\tau_i = 0) = s_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S_{i-1}$$

$$s_i(\tau_i = T_i) = s_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S_i$$

•conditii de identitate a vitezelor :

$$s'_i(\tau_i = 0) = s'_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S'_{i-1}$$

$$s'_i(\tau_i = T_i) = s'_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S'_i$$

•conditii de identitate a acceleratiilor :

$$s''_i(\tau_i = 0) = s''_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S''_{i-1}$$

$$\begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \\ a_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ \frac{-4}{T_i^3} & \frac{4}{T_i^3} & \frac{-3}{T_i^2} & \frac{-1}{T_i^2} & \frac{-1}{T_i} \\ \frac{3}{T_i^4} & \frac{-3}{T_i^4} & \frac{2}{T_i^3} & \frac{1}{T_i^3} & \frac{1}{2T_i^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{i-1} \\ S_i \\ S'_{i-1} \\ S'_i \\ S''_{i-1} \end{bmatrix}$$

Se impune in mod suplimentar sa existe si continuitatea acceleratiei si a supraacceleratiei ("jerk") in punctul S_i.