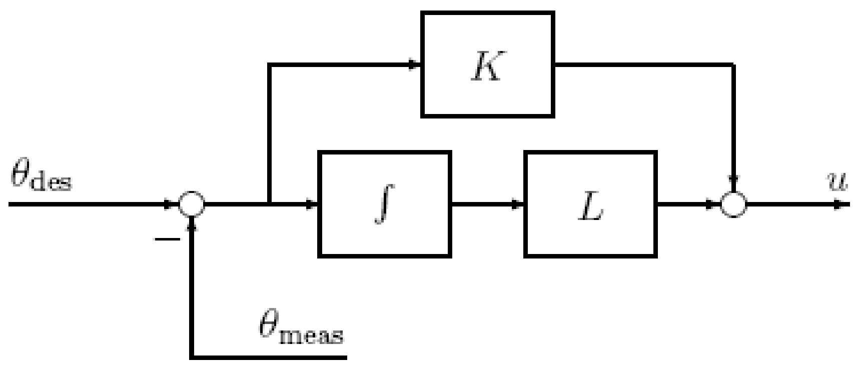
Departamentul de MECATRONICĂ
Facultatea de MECANICĂ
UNIVERSITATEA POLITEHNICA TIMIŞOARA

TEORIA SISTEMELOR AUTOMATE

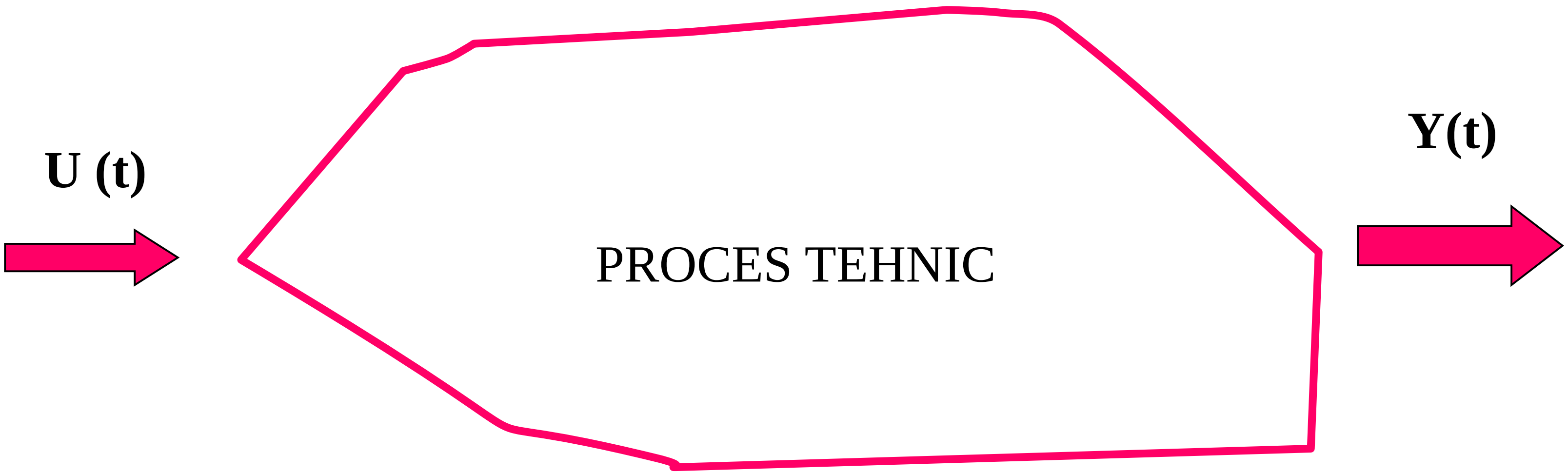


Prof. dr. ing. Valer DOLGA,

Cuprins_11
Proprietatile sistemelor

1. Controlabilitate
2. Observabilitate
3. Stabilitatea
   a) Introducere
   b) Raspunsul indicial si stabilitatea
   c) Criteriul Hurwitz
   d) Exemple

Introducere



SAR = sistem de reglare automata:

- determinarea modelului matematic al procesului tehnic;
- obtinerea legilor de reglare necesare

Teoria reglarii:

- **clasica**
- **moderna**

Controlabilitate

Termenul de ***controlabilitate*** se referă la posibilitatea de a ghida sistemul dintr-o stare iniţială **x** spre origine, într-un timp finit, prin intermediul unei intrări bine definite, **u**.

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1(t)}{dt} \\ \dfrac{dx_2(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

- Mărimea de intrare u(t) nu are nici un efect asupra variabilei de stare $x_2(t)$.
- Pentru o stare iniţială $[x_1(t), x_2(t)]^T$, se poate alege o mărime de intrare u(t) care să direcţioneze variabila $x_1(t)$ spre zero, pe când $x_2(t)$ rămâne neschimbată;
- Mărimea de stare ***$x_1(t)$ este controlabilă***, ***nu însă şi x_2(t)***.

- ***Definitie: Un sistem are starea complet controlabila daca oricare ar fi starea $X(t_0)$ poate fi gasit un vector $U(t)$ care sa determine trecerea sistemului in starea $X(t_1)$.***

- Dacă toate mărimile din modelul de stare al unui sistem sunt controlabile, atunci ***sistemul este complet controlabil***.

- Absenţa controlabilităţii complete nu este sesizabilă în funcţia de transfer, ci doar în modelul de stare.

- Controlabilitatea are un rol important în numeroase probleme de reglare, cum ar fi stabilizarea unui sistem instabil prin feedback sau prin control optimal.

- Controlabilitatea este o ***proprietate intrinseca*** a sistemelor, ***invarianta*** fata de forma ecuatiilor matriceale de stare.

Testul de controlabilitate

$$x(t) \in R^{n}, A \in R^{nxn}$$

$$\frac{dx(t)}{dt} = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + Du(t)$$

Modelul este complet controlabil, dacă şi numai dacă matricea de controlabilitate a sistemului, $\Gamma_C[A, B]$, definită de relaţia are rang de linie complet (rangul matricii este egal cu numărul liniilor).

$$\Gamma_c[A, B] = \begin{bmatrix} B & AB & A^2B & \ldots & A^{n-1}B \end{bmatrix}$$

Ce este rangul unei matrici ?

$$A=\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & .. & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & .. & a_{2n} \\ .. & .. & .. & .. \\ a_{n1} & a_{n2} & .. & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Rangul matricii A = ordinul maximal al minorului diferit de zero

$$D_2=\begin{bmatrix} -4 & 3 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\neq 0$$

$D_4=0$

Rang (A)=3

$$A=\begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 & -4 & 2 \\ 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 4 & -7 & 4 & -4 & 5 \end{bmatrix}$$

$$D_3=\begin{bmatrix} 2 & -4 & 3 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}=1$$

Exemplu_1

Sa se verifice controlabilitatea sistemului pentru care se cunosc matricile:

$$A=\begin{bmatrix}0 & 1\\ 0 & 0\end{bmatrix}, B=\begin{bmatrix}1\\ 0\end{bmatrix}$$

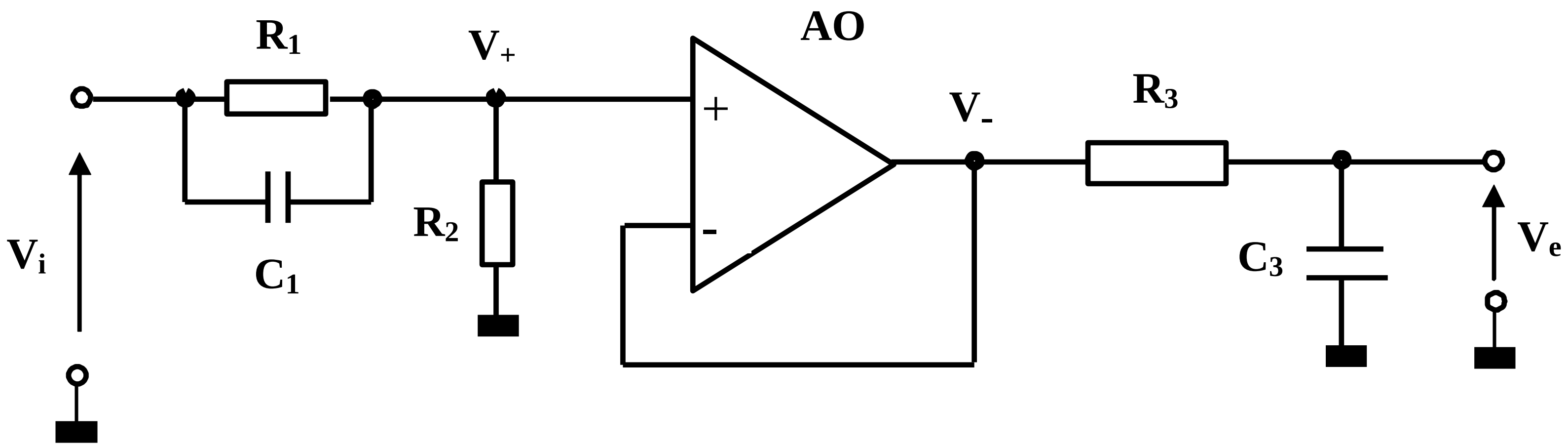
$$\Gamma_c[A,B]=\begin{bmatrix}B & AB\end{bmatrix}=\left[\begin{array}{c:c}1 & 0\cdot 1+1\cdot 0\\ 0 & 0\cdot 1+0\cdot 0\end{array}\right]=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$Rang(\Gamma_c)=1$$

Numărul liniilor matricii de controlabilitate a sistemului este **2**

sistemul nu este complet controlabil

Exemplu_2

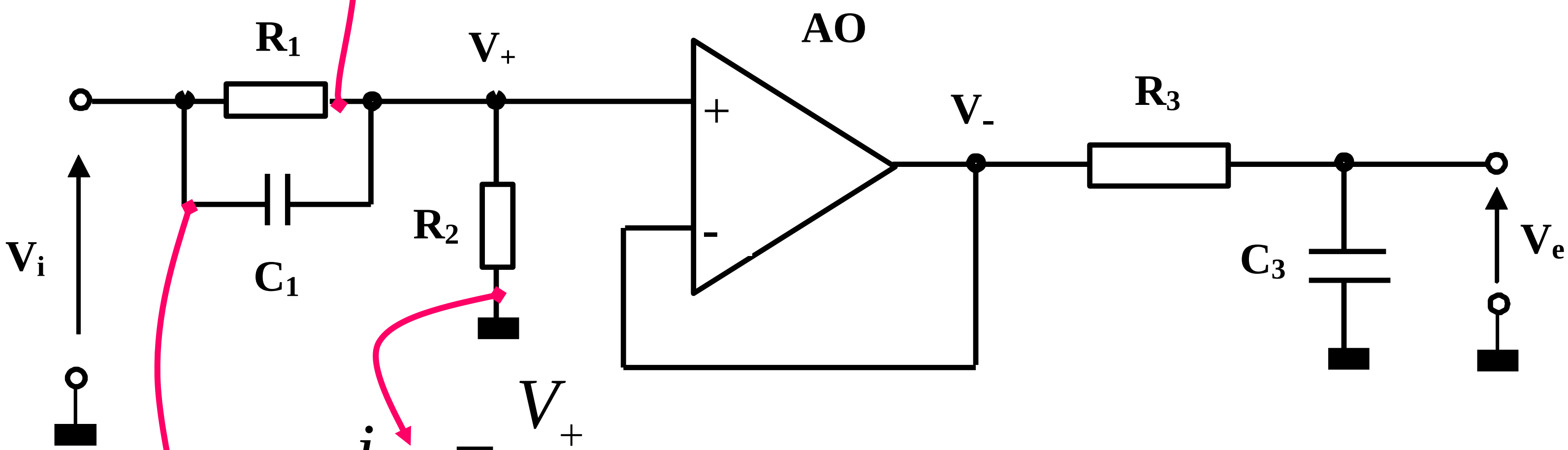


$$x_1(t) = i_{R1}(t)$$
$$x_2(t) = V_{C3}(t)$$

Variabile de stare

Care sunt conditiile care asigura controlabilitatea ?

$$i_{R1} = \frac{V_i - V_+}{R_1}$$



$$i_{R2} = \frac{V_+}{R_2}$$

$$i_{C1} = C_1 \cdot \frac{d}{dt}\left(V_i - V_+\right) \qquad i_{C1} = i_{R2} - i_{R1}$$

$$\frac{di_{R1}(t)}{dt} = -\frac{\left(R_1 + R_2\right)}{C_1 R_1 R_2} i_{R1}(t) + \frac{1}{C_1 R_1 R_2} V_i(t)$$

$$V_+(t) = -R_1 i_{R1}(t) + V_i(t)$$

$$\frac{dV_{C3}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_3 C_3} V_{C_3}(t) + \frac{1}{R_3 C_3} V_-(t)$$

$$V_e(t) = V_{C3}(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dfrac{di_{R1}(t)}{dt} \\ \dfrac{dV_{C3}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\dfrac{R_1+R_2}{C_1R_1R_2} & 0 \\ -\dfrac{R_1}{R_3C_3} & -\dfrac{R_1}{R_3C_3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{R1}(t) \\ V_{C3}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{1}{C_1R_1R_2} \\ \dfrac{1}{R_3C_3} \end{bmatrix} \cdot V_i(t)$$

$$V_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{R1}(t) \\ V_{C3}(t) \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_C[A,B] = \begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{R_1C_1R_2} & \dfrac{-(R_1+R_3)}{(R_1C_1R_2)^2} \\ \dfrac{1}{R_3C_3} & \dfrac{-(R_2C_1+R_3C_3)}{(R_3C_3)^2 R_2C_1} \end{bmatrix}$$

$$\det(\Gamma_C[A,B]) = \frac{R_2}{(R_1R_2R_3C_1C_2)^2} \cdot (-R_1C_1 + R_3C_3)$$

Sistemul este controlabil daca $R_1C_1 \neq R_3C_3$

Observabilitatea starii

Definitie: un sistem liniar se numeste observabil dupa stare daca vectorul de stare X(t) poate fi completat determinat pe baza vectorului Y(t) si a vectorului de intrare U(t).

$$\begin{bmatrix} \dfrac{dx_1}{dt} \\ \dfrac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

y(t) – este determinat de $x_1(t)$ dar nu este influentat de $x_2(t)$

➡ Sistemul nu este complet observabil

$$\frac{\mathbf{dx}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad \text{(ecuatia diferentiala de stare)}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{u} \quad \text{(ecuatia de iesire)}$$

$$\Gamma_O[\mathbf{A}, \mathbf{C}] = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \dots \\ \mathbf{CA}^{n-1} \end{bmatrix}$$

Sistemul este complet observabil daca rangul matricii este egal cu numarul coloanelor

Exemplu_3

$$A = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix}$$

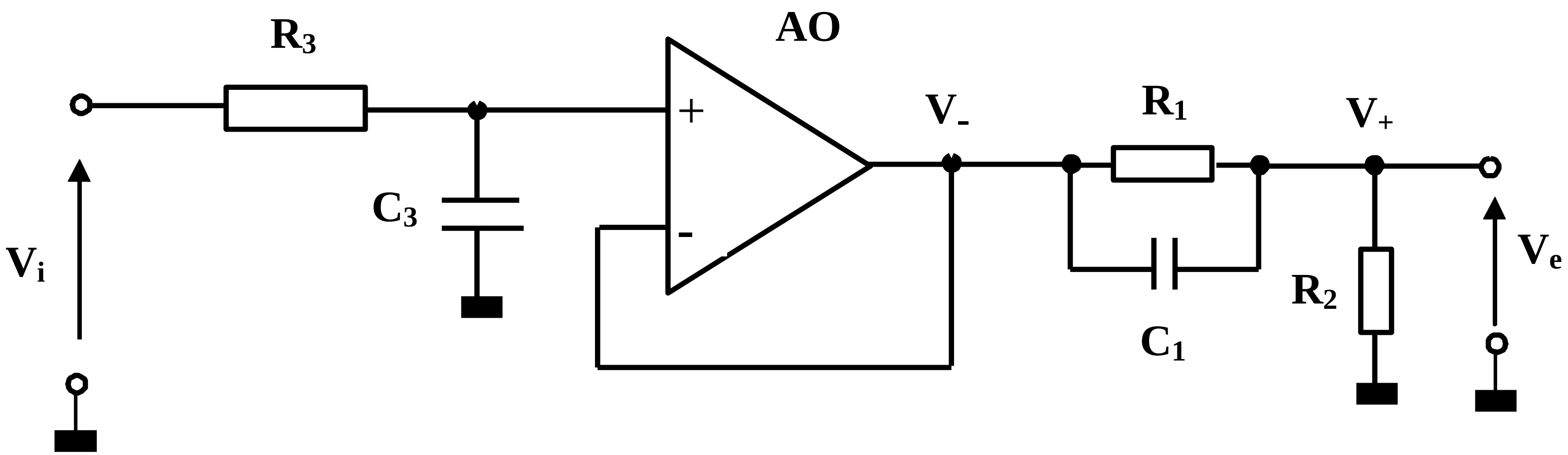
$$\mathbf{CA} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma_O}[\mathbf{A}, \mathbf{C}] = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathbf{\Gamma_O}[\mathbf{A}, \mathbf{C}]) \neq 0$$

Sistemul este complet observabil.

Exemplu_4



$$x_1(t) = V_{C3}(t)$$

$$V_+(t) = V_{C3}(t)$$

$$x_2(t) = i_{R1}(t)$$

$$\frac{dV_{C3}(t)}{dt} = -\frac{1}{R_3 C_3} V_{C_3}(t) + \frac{1}{R_3 C_3} V_i(t)$$

$$\frac{di_{R1}(t)}{dt} = -\frac{\left(R_1 + R_2\right)}{C_1 R_1 R_2} i_{R1}(t) + \frac{1}{C_1 R_1 R_2} V_-(t)$$

$$V_e(t) = -R_1 i_{R1}(t) + V_i(t)$$

$$\begin{bmatrix} \frac{dV_{C3}(t)}{dt} \\ \frac{di_{R1}(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{R_3 C_3} & 0 \\ \frac{1}{R_1 R_2 C_1} & -\frac{R_1 + R_2}{C_1 R_1 R_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C3}(t) \\ i_{R1}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{C_3 R_3} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot V_i(t)$$

$$V_e(t) = \begin{bmatrix} 0 & -R_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{C3}(t) \\ i_{R1}(t) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{\Gamma_O}[A,B] = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & & -R_1 \\ -\dfrac{1}{R_3C_3} & -\dfrac{1}{R_2C_1} & \dfrac{R_1+R_2}{C_1R_2} \end{bmatrix}$$

$$\det(\mathbf{\Gamma_O}[\mathbf{A},\mathbf{B}]) = \frac{1}{R_3C_1C_3}\cdot(-R_1C_1 + R_3C_3)$$

$$R_1C_1 \neq R_3C_3$$

Stabilitatea. Introducere

Destinaţia sistemelor automate:

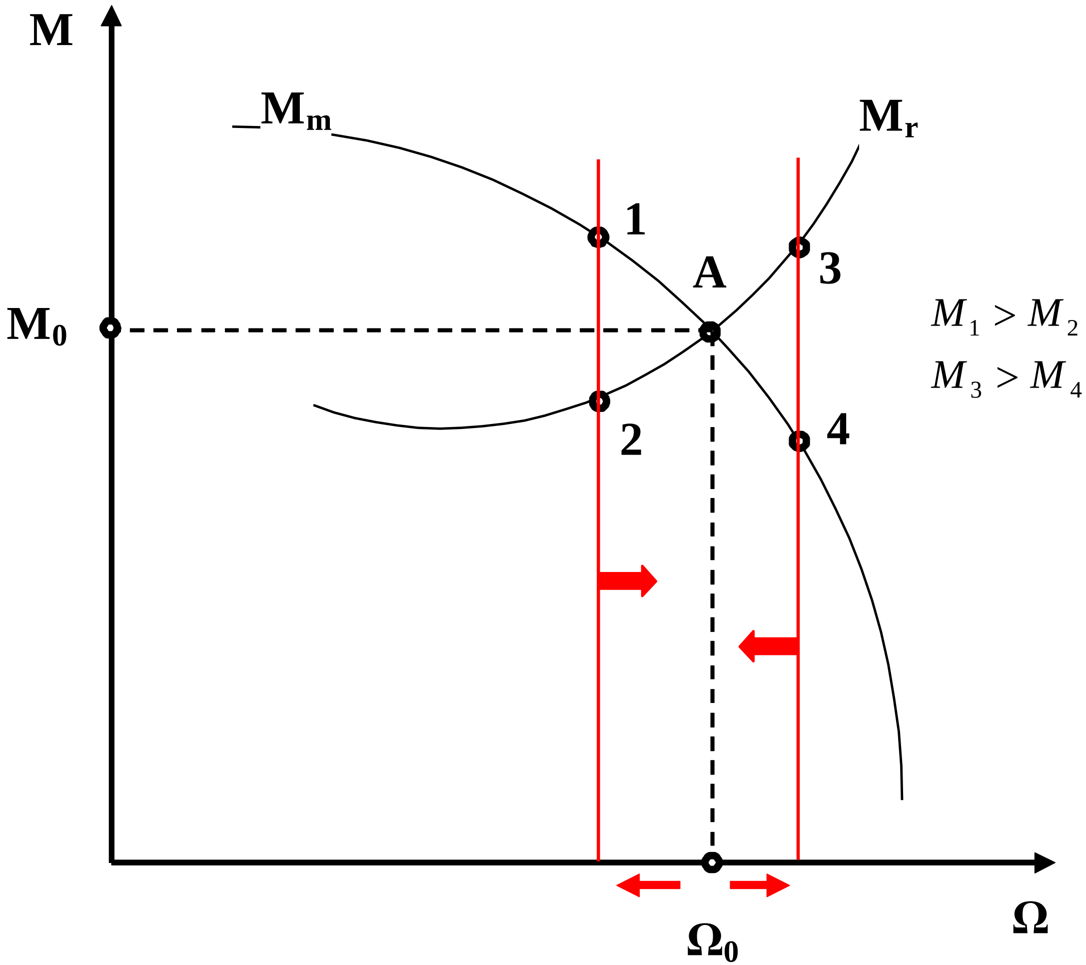
• a menţine o anumită mărime, numită mărime reglată, la o valoare constantă;

• de a o varia marimea reglata după o lege anume, în condiţiile în care, fie că variază mărimea perturbatoare ce acţionează asupra sistemului, fie mărimea de intrare.

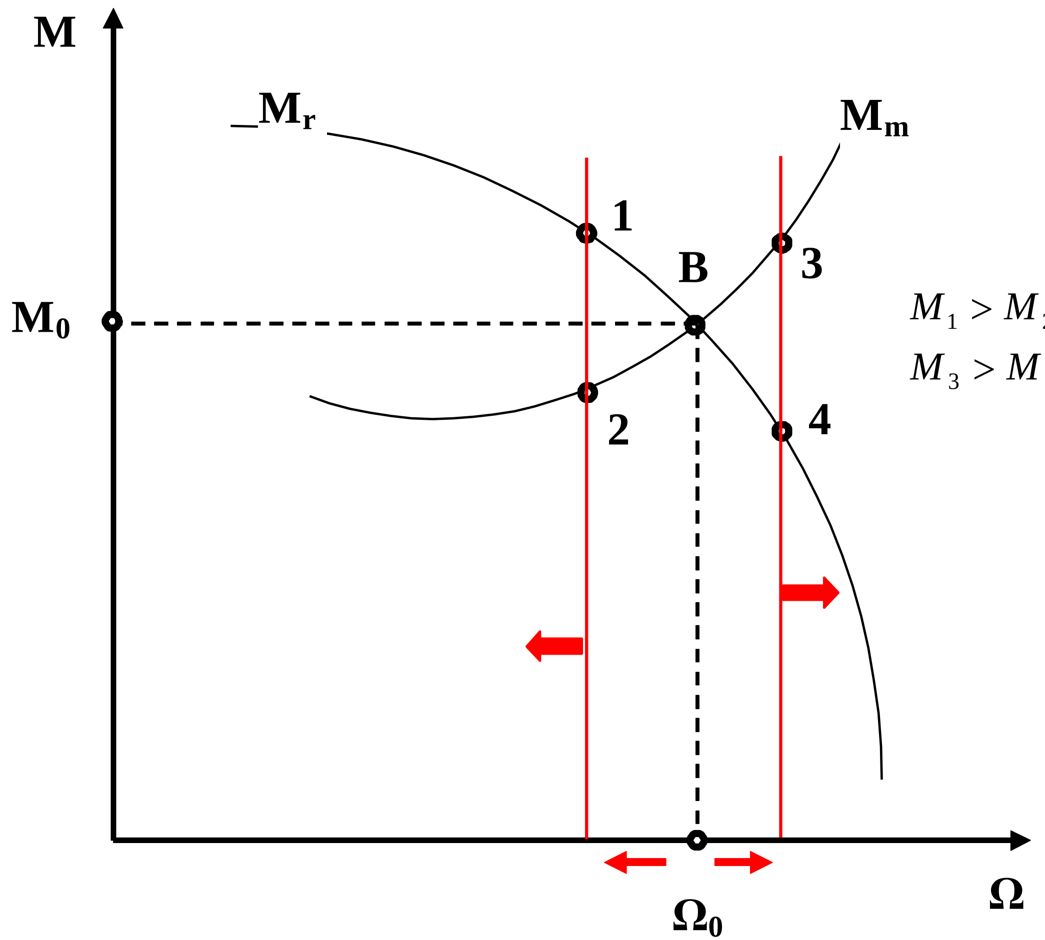
• ***dacă la varierea mărimii de intrare, sau la acţiunea unei perturbaţii, sistemul nu revine în stare staţionară, el este instabil.***

• dacă un sistem automat este ***slab stabil***, o mică modificare a unui parametru al sistemului l-ar putea împinge peste „graniţă”, în zona de instabilitate;

• intenţia este de a proiecta sisteme cu o anumită ***rezervă („margine”) de stabilitate***. De aceea, e necesară şi o „măsură a stabilităţii”.



A – punct de functionare stabila



$M_1 > M_2$

$M_3 > M_4$

B – punct de functionare instabila

Raspunsul indicial al sistemului si stabilitatea

- un mod general de a caracteriza stabilitatea sau instabilitatea sistemului este analiza răspunsului la semnal treaptă unitară („răspunsul indicial”);

- ***sistemul automat căruia i se aplică la intrare un semnal treaptă unitară este stabil, dacă componenta tranzitorie a răspunsului se anulează.***

G(s) – o functie de transfer

$$H(s)=\frac{G(s)}{s}=\frac{C_0}{s}+\sum_{k=1}^{n-i}\frac{C_k}{s-s_k}+\sum_{q=1}^{i}\frac{C_q}{(s-s_i)^q}$$

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = C_0 + \sum_{k=1}^{n-i} C_k \cdot e^{s_k t} + (A_1 + \ldots + A_i t^{i-1}) e^{s_i t}$$

$$h(t) = h(\infty) + h_t(t)$$

Componenta de regim stabilizat

$$h(\infty) = C_0 = S \cdot 1(t)$$

Componenta de regim tranzitoriu

$$h_t(t) = \mathcal{L}^{-1}[H(s)] = \sum_{k=1}^{n-i} C_k \cdot e^{s_k t} + (A_1 + \ldots + A_i t^{i-1}) e^{s_i t}$$

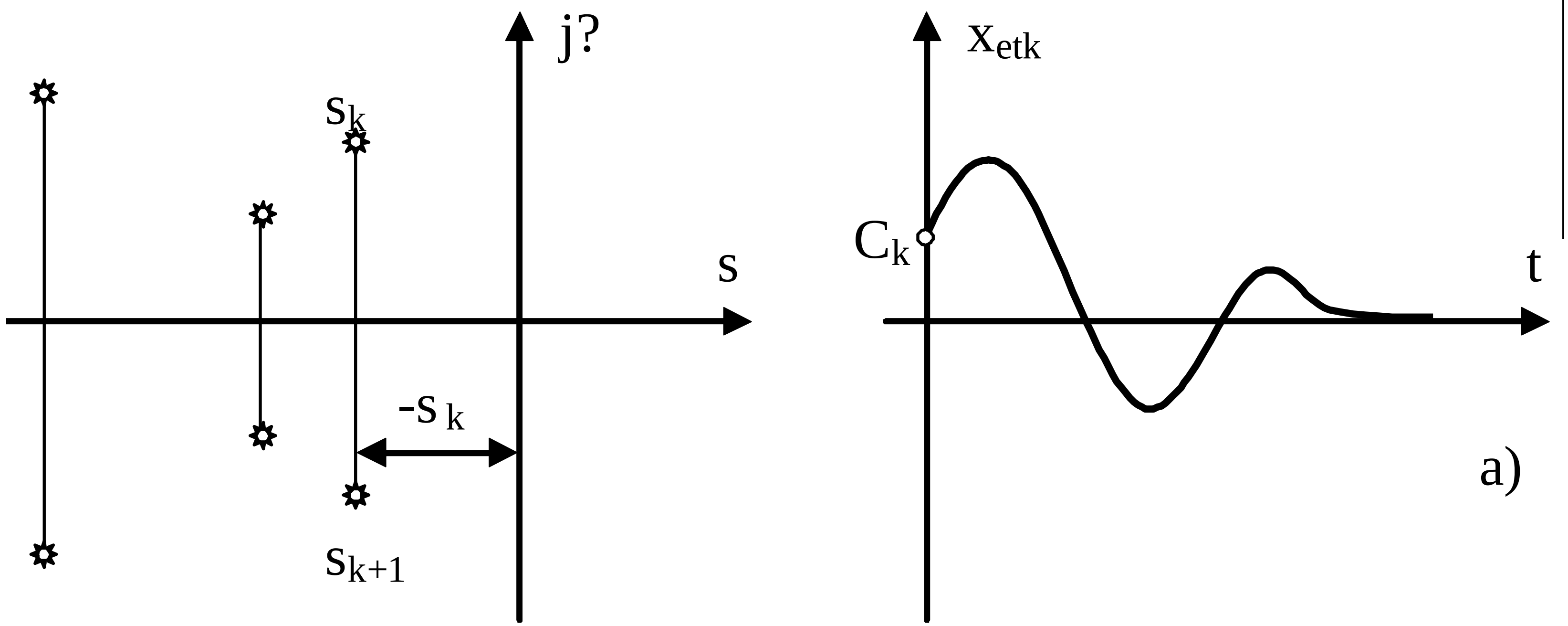
• **Componenta tranzitorie se anulează numai dacă fiecare din componentele sale se anulează:**

$$e^{s_1 t} = e^{s_2 t} = \dots = 0$$

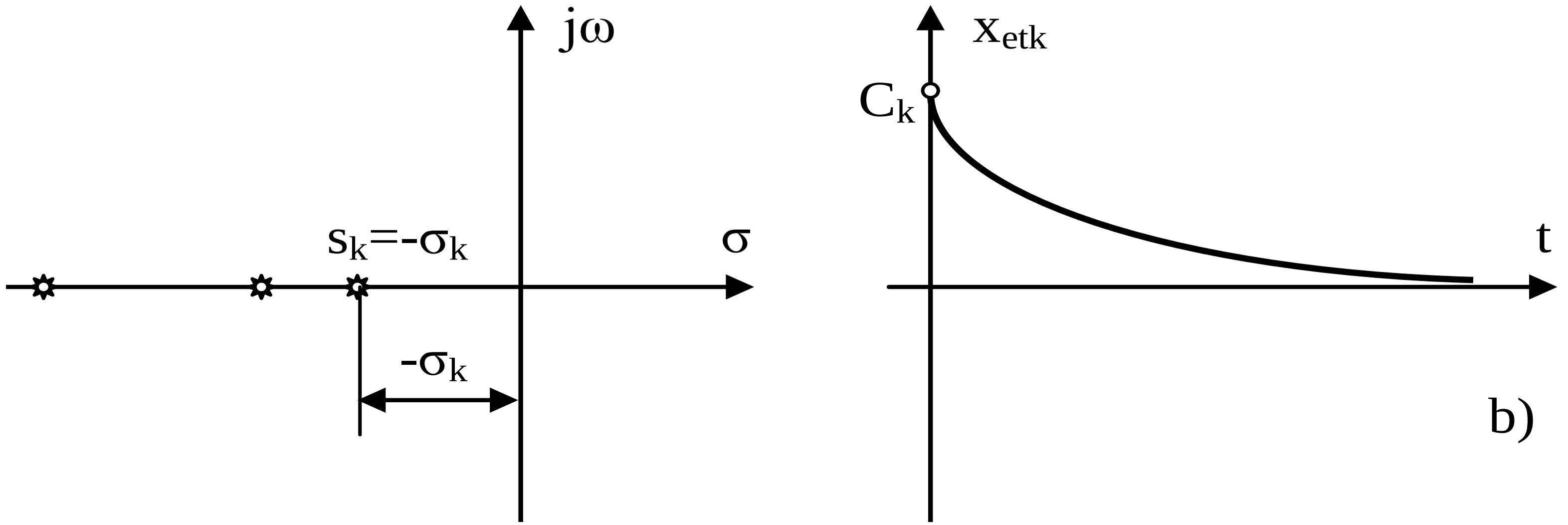
• **Stabilitatea sistemului depinde de semnul rădăcinilor ecuaţiei caracteristice, adică de semnul valorilor care anulează numitorul funcţiei de transfer, adica de polii funcţiei de transfer.**

Forma generala a polilor:

$$s_k = \underbrace{\sigma_k}_{\text{Re}} + j\omega_k; \quad s_{k+1} = \sigma_k - \underbrace{j\omega_k}_{\text{Im}};$$

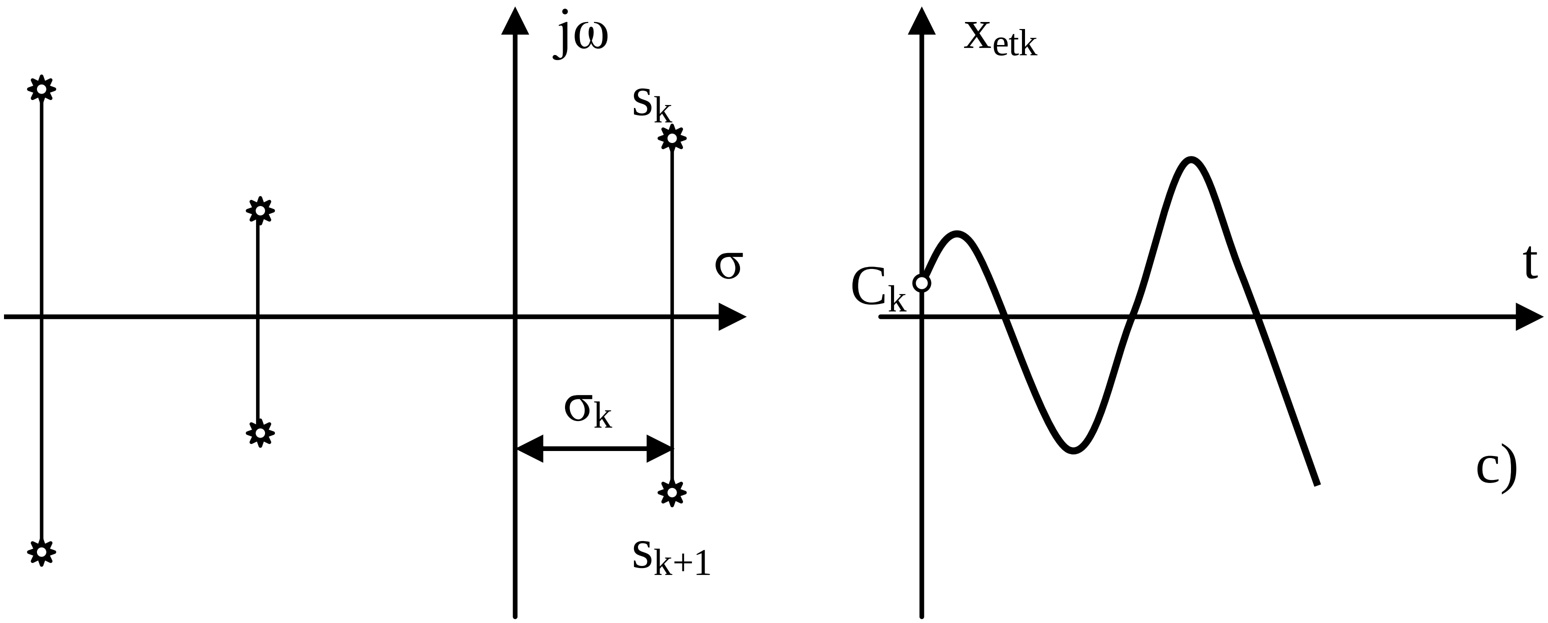


Dacă toţi polii funcţiei de transfer sunt complex conjugaţi şi au partea reală negativă, (adică σ_k<0), deci sunt localizaţi în semiplanul stâng al planului s, sistemul este stabil (cazul a); la acţiunea unei perturbaţii, efectuează oscilaţii amortizate

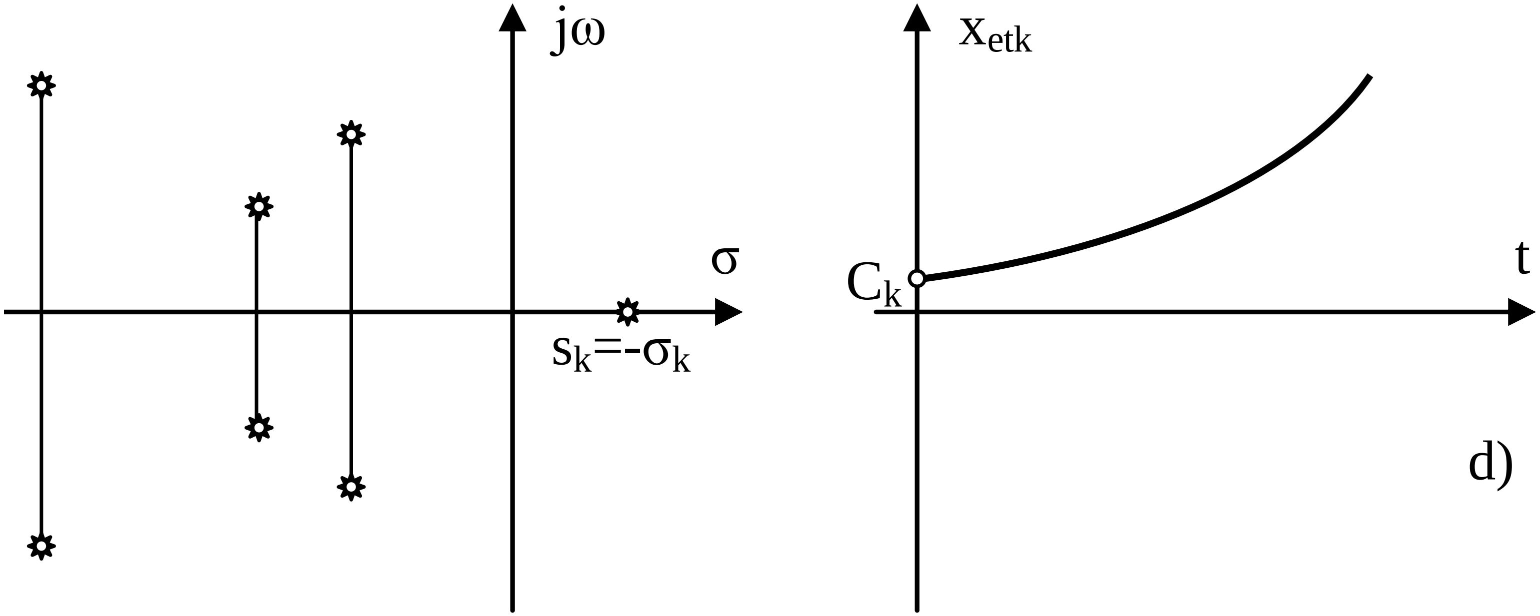


Dacă toţi polii funcţiei de transfer sunt reali (adică ω_k=0) şi sunt negativi (adică σ_k<0), sistemul este de asemenea stabil; amortizarea componentei tranzitorii se realizează fără oscilaţii (cazul b);

Atât în cazul a, cât şi în cazul b, durata regimului tranzitoriu este determinată de existenţa componentei x_{etk} cu | σ_k| cel mai mic, adică polii cei mai apropiaţi de axa jω, numiţi poli dominanţi

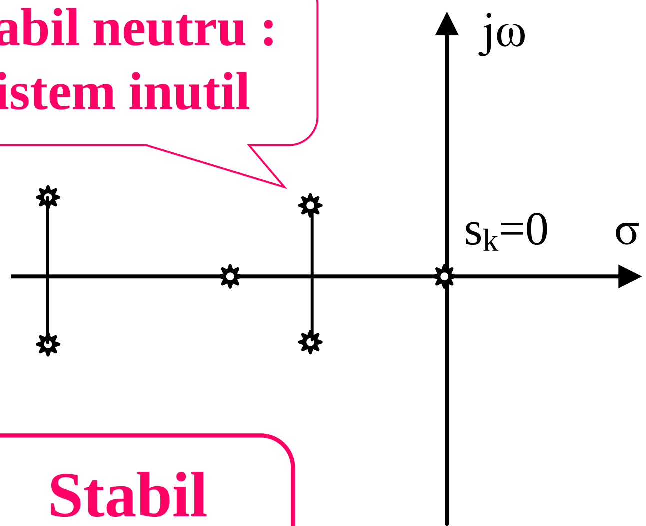


Dacă din cei n poli, cel puţin o pereche are σ_k>0, sistemul este instabil; el efectuează oscilaţii cu amplitudine crescătoare, teoretic, până la infinit (cazul c).



Dacă din cei n poli, cel puţin unul este real şi pozitiv, (σ_k>0, ω_k=0), atunci sistemul este de asemenea instabil, dar amplitudinea componentei tranzitorii tinde la infinit fără oscilaţii (cazul d)

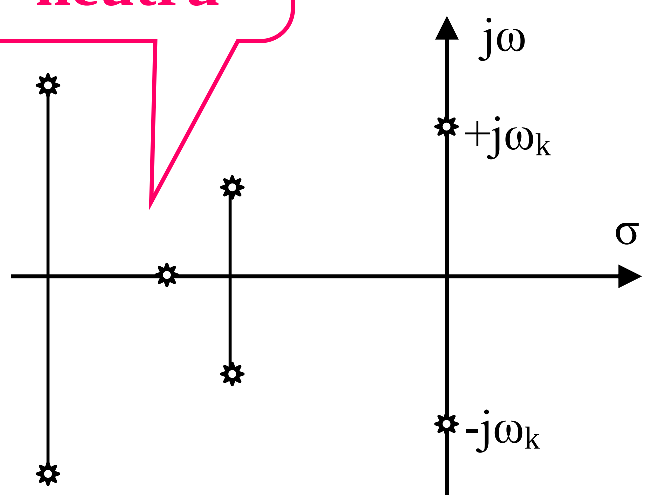
Stabil neutru : sistem inutil

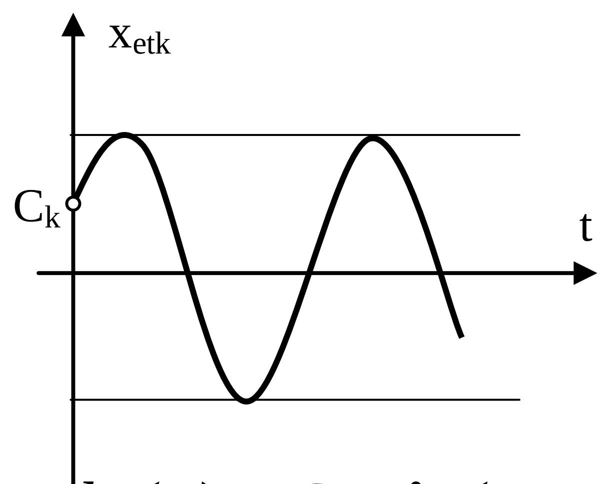


s_k=0, (poli în origine), sau cel puţin o pereche de poli complex conjugaţi au σk=0 (poli pe axa imaginară) şi restul de poli au σ<0 În primul caz (s_k=0), după amortizarea celor n-1 componente, componenta tranzitorie rezultantă este a

$$h_t(t) = h_{tk} = C_k$$

Stabil neutru





$$h_t(t) = C_k \,\mathbf{sin}(\omega_k t + \psi_k)$$

OBS.

Pentru ca sistemul automat să fie stabil, este necesar şi suficient ca toţi polii funcţiei de transfer să fie localizaţi în semiplanul stâng al planului complex s.

Determinarea polilor funcţiei de transfer a sistemului automat nu este totdeauna o operaţie simplă.

Este necesară formularea unor criterii de stabilitate practice, care să permită rezolvarea problemei de stabilitate conform criteriului general, fără a fi necesară cunoaşterea polilor funcţiei de transfer;

Trebuie determinată influenţa asupra stabilităţii a diferitelor constante fizice ce caracterizează sistemul.

Se cere de asemenea determinarea modului în care pot fi modificate diferite constante fizice ale sistemului, astfel încât, stabil fiind, sistemul să funcţioneze cu anumiţi parametri de calitate în regim tranzitoriu şi staţionar.

Criteriul Hurwitz

• criteriul de stabilitate Hurwitz se bazează pe relaţia care trebuie să existe între coeficienţii unei ecuaţii diferenţiale, pentru ca rădăcinile acesteia să fie localizate în semiplanul complex stâng.

• este de tip algebric şi se mai numeşte „criteriul coeficienţilor”.

Fie numitorul funcţiei de transfer, $P_0(s)$ şi rădăcinile acestuia, s_1, s_2, ...s_n

$$P_0(s) = (s - s_1)(s - s_2)...(s - s_n) = s^n + a_{n-1}s^{n-1} + ...a_1 s + a_0$$

$$s_k = -\sigma_k + j\omega_k$$

$$s_{k+1} = -\sigma_k - j\omega_k$$

$$s_k \cdot s_{k+1} = [s - (-\sigma_k + j\omega_k)][s - (-\sigma_k - j\omega_k)] = (s + \sigma_k)^2 + \omega_k^2$$

$$a_k > 0$$

Conditie necesara pentru stabilitate dar nu si suficienta

• se formează diagonala principală din coeficienţii de la a_{n-1} la a_0

$$H = \begin{vmatrix} a_{n-1} & ? & ? & ? & ? \\ ? & a_{n-2} & ? & ? & ? \\ ? & ? & a_{n-3} & ? & ? \\ ? & ? & ? & a_{n-4} & ? \\ ? & ? & ? & ? & \cdots \end{vmatrix}$$

• se completează coloanele în celulele superioare diagonalei cu coeficienţi în ordine descrescătoare, iar în celulele inferioare diagonalei principale, cu coeficienţi în ordine crescătoare;

• în locul coeficienţilor ai căror indici sunt mai mici ca zero, sau mai mari ca n, se scrie valoarea zero;

• se construiesc toţi determinanţii minori de nord-vest, adică acei minori care au linia superioară şi coloana din stânga în coincidenţă cu cele ale determinantului Hurwitz

$$H=\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & a_{n-7} & \cdots \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & a_{n-6} & \cdots \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \cdots \\ 0 & a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \cdots \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{vmatrix}$$

$$H_1=a_{n-1}$$

$$H_2=\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix}$$

$$H_3=\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix}$$

- **Dacă toţi determinanţii minori H_1,...H_n sunt pozitivi, atunci toate rădăcinile ecuaţiei $P_0(s)=0$ sunt localizate în semiplanul stâng al planului complex s.**

- **Sistemul având funcţia de transfer** $G(s)=\frac{Q_0(s)}{P_0(s)}$ **este stabil**

Exemplu_1

$$P(s)=s^3+s^2+s+1=(s^2+1)(s+1)$$

• Cerinţa privind valorile strict pozitive ale tuturor coeficienţilor ak este respectată:

$$a_3=1, a_2=1, a_2=1, a_0=1$$

$$H=\begin{vmatrix} a_2 & a_0 & 0 \\ a_3 & a_1 & 0 \\ 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

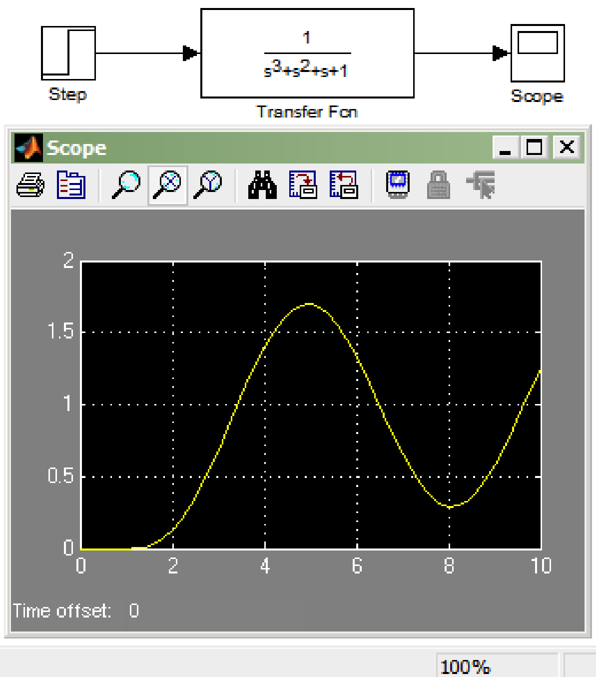
$$H_1=a_2=1$$

$$H_2=\begin{vmatrix} a_2 & a_0 \\ a_3 & a_1 \end{vmatrix}=\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}=0$$

Deoarece minorul de ordinul doi, H2, nu respectă cerinţa de a fi strict pozitiv, sistemul nu este stabil !!!

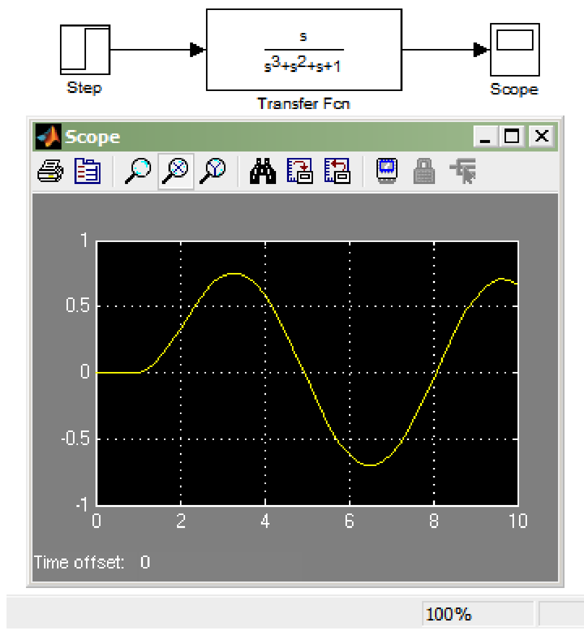
$$G(s) = \frac{1}{\left(s^2+1\right)\left(s+1\right)}$$

$$H(s) = \frac{G(s)}{s} = \frac{1}{s\left(s^2+1\right)\left(s+1\right)}$$



$$G_1(s) = \frac{s}{(s^2+1)(s+1)}$$

$$H(s) = \frac{G_1(s)}{s} = \frac{1}{(s^2+1)(s+1)}$$



Exemplu_2

$$G(s)=\frac{s-2}{s^4+2s^3+s^2-16s-12}$$

$$P(s)=s^4+2s^3+s^2-16s-12=(s+3)(s+2)(s+1)(s-2)$$

$$s_1=-3, s_2=-2, s_3=-1, s_4=+2$$

- Aplicând criteriul general de stabilitate, rezultă că sistemul este instabil, deoarece are un pol pozitiv, la s=2

Criteriul Hurwitz

•coeficienţii a_1 şi a_0 sunt negativi !!!

$$H=\begin{vmatrix}2 & -16 & 0 & 0\\ 1 & 1 & -12 & 0\\ 0 & 2 & -16 & 0\\ 0 & 1 & 1 & -12\end{vmatrix}$$

$$H_1=2$$

$$H_2=\begin{vmatrix}2 & -16\\ 1 & 1\end{vmatrix}=2+16=18$$

$$H_3=\begin{vmatrix}2 & -16 & 0\\ 1 & 1 & -12\\ 0 & 2 & -16\end{vmatrix}=-280$$

Valoare negativa

Sistem instabil

Dacă se simplifică însă funcţia de transfer prin s-2, deoarece s=2 este şi un pol şi un zero, se obţine

$$G(s)=\frac{1}{s^3+6s^2+11s+6}$$

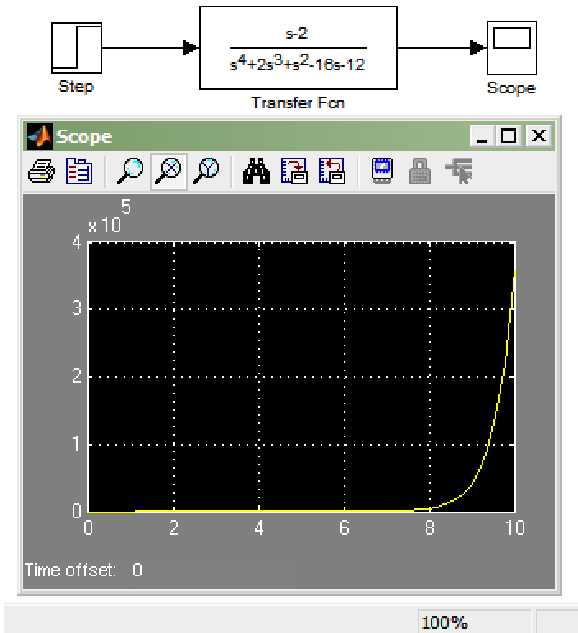
- Aceasta are toţi coeficienţii numitorului a_k pozitivi

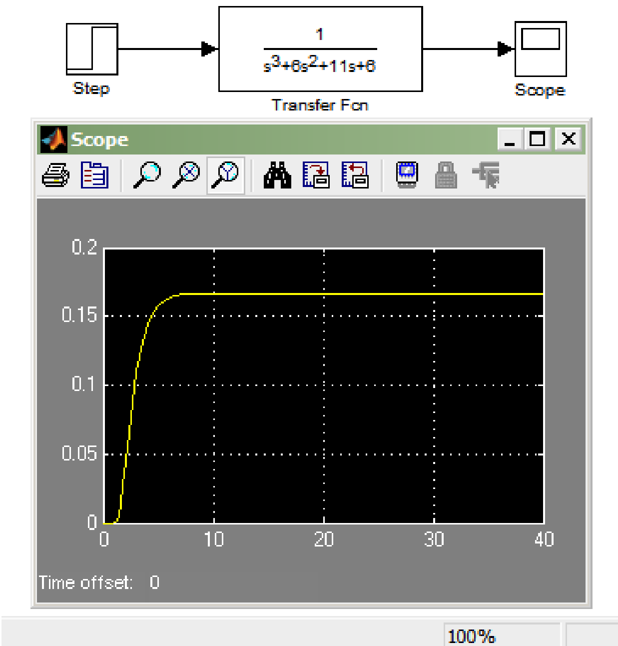
$$H=\begin{vmatrix}6 & 6 & 0\\ 1 & 11 & 0\\ 0 & 6 & 6\end{vmatrix}$$

$$H_1=6$$

$$H_2=\begin{vmatrix}6 & 6\\ 1 & 11\end{vmatrix}=66-6=60$$

Sistemul pare stabil; în realitate, prin simplificarea unui pol cu un zero, s-a pierdut informaţie din funcţia de transfer

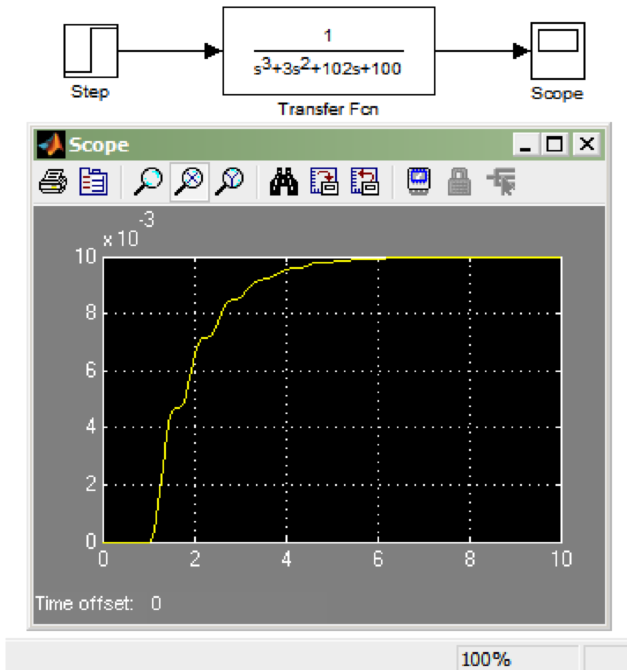

Step
$\frac{s-2}{s^4+2s^3+s^2-16s-12}$
Transfer Fcn
Scope
Scope
x 10^5
4
3
2
1
0
0
2
4
6
8
10
Time offset: 0
100%

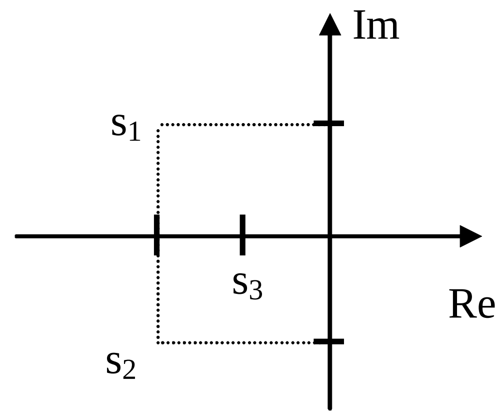

Step
$\frac{1}{s^3+6s^2+11s+6}$
Transfer Fcn
Scope
Scope
0.2
0.15
0.1
0.05
0
0
10
20
30
40
Time offset: 0
100%

Exemplu_3

$$G(s)=\frac{S}{s^3+3s^2+102s+100}$$

$$s_1=-2+j10,\quad s_2=-2-j10,\quad s_3=-1$$





Ce valoare trebuie să aibă sensibilitatea mecanică S a sistemului deschis, pentru ca sistemul cu feed-back unitar să fie stabil?

$$G_{cl}(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{S}{s^3 + 3s^2 + 102s + 100 + S}$$

Coeficientii trebuie sa fie pozitivi:

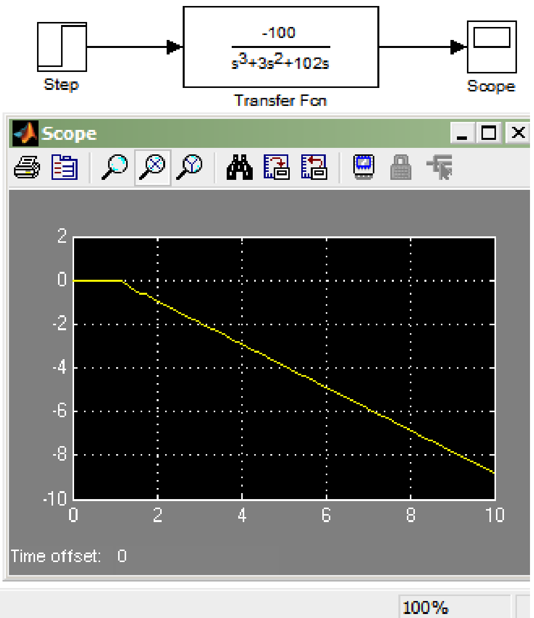
$$a_0 = 100 + S \;\Rightarrow\; S > -100$$

$$H = \begin{vmatrix} 3 & 100+S & 0 \\ 1 & 102 & 0 \\ 0 & 3 & 100+S \end{vmatrix}$$

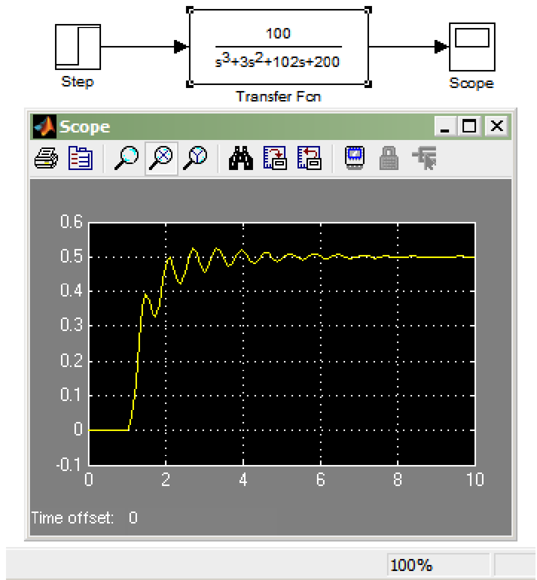
$$H_1 = 3$$

$$H_2 = \begin{vmatrix} 3 & 100+S \\ 1 & 102 \end{vmatrix} = 306 - 100 - S = 206 - S \;\Rightarrow\; S < 206$$

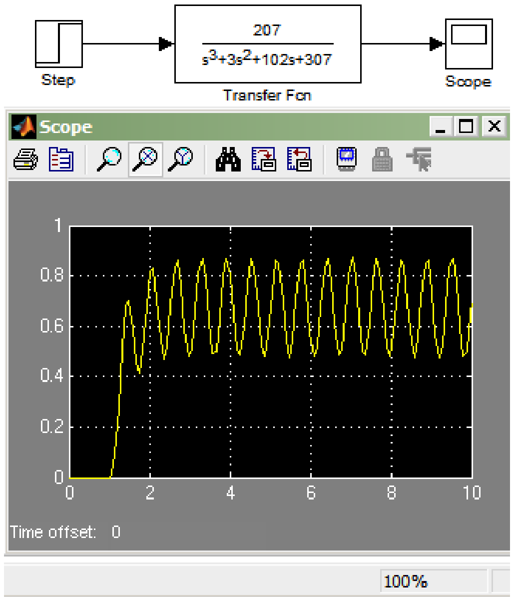
$$\left.\begin{array}{l} S > -100 \\ S < 206 \end{array}\right\} \; -100 < S < 206$$



S = -100



S = 100



S = 207