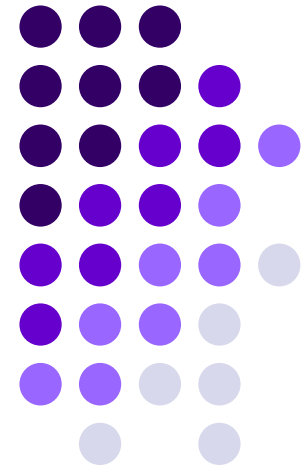
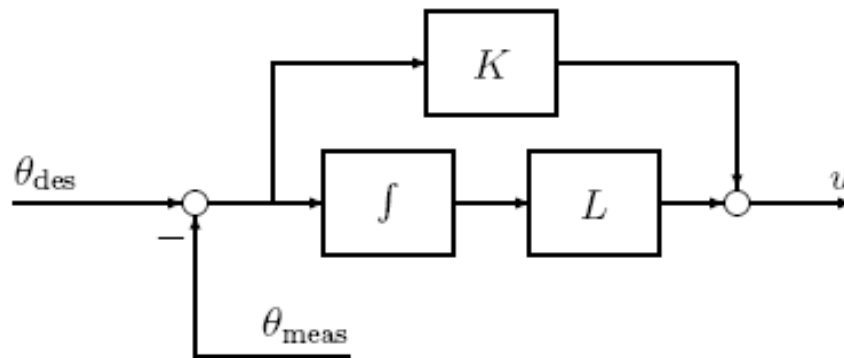
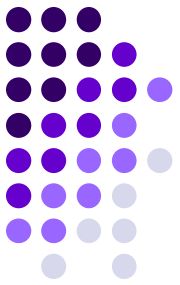


# TEORIA SISTEMELOR AUTOMATE





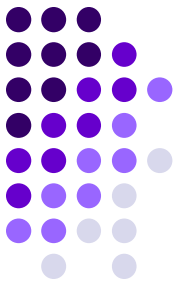
# Cuprins\_3

## Sisteme.Modelarea sistemelor

1. Sisteme fizice
2. Legile fizicii
3. Modelarea sistemelor
4. Exemple pentru modelarea sistemelor
5. Echilibrul de masa
6. Echilibrul energetic
7. Modelarea sistemelor mecanice
8. Modelarea sistemelor electrice

# SISTEME FIZICE

## Sisteme mecanice



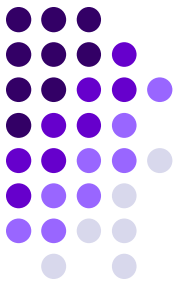
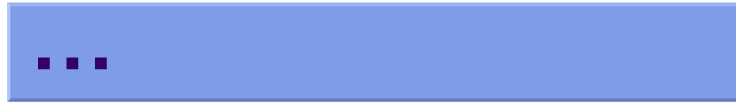
Un sistem de puncte materiale supuse la legături reciproce – forțe de interacțiune – astfel încât să formeze un “întreg”, mai mult sau mai puțin stabil, mai mult sau mai puțin deformabil se numește *sistem mecanic*.

Sistemul mecanic este implicat în transmiterea mișcării cu anumiți parametri. Desfășurarea procesului mecanic are loc pe bază de aport de energie. Energia unui sistem fizic este o *mărime de stare*

Mărimea fizică care exprimă în mod cantitativ interacțiunea mecanică a corpurilor este forța. *Forța* – în sens generalizat – caracterizează mărimea, direcția și sensul unei interacțiuni.

Trei elemente ideale pentru modelare:

- *un element inerțial* care modelează efectele inerțiale ale mișcării unei mase  $m$ ;
- *un element elastic ideal* (arc) care modelează flexibilitatea element;
- *un element amortizor ideal* care modelează disiparea de energie mecanică.



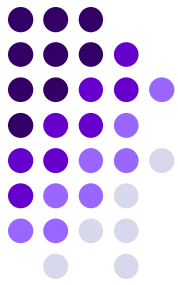
***Sistem energetic*** - un ansamblu de instalații electroenergetice, organizat unitar, în scopul producerii, al transmisiei și al distribuției **energiei electromagnetice** pe un anumit teritoriu.

***Sistem de actionare electrica*** reprezinta o multime de obiecte (electrice) interconectate si interdependente in scopul realizarii conversiei energiei electrice pentru un anumit proces tehnologic.

Energia ca si mărime fizică nu reprezintă altceva decât capacitatea unui sistem de a efectua lucru mecanic ca rezultat al transformărilor suferite în trecerea de la o ***stare inițială la o stare de referință***.

***Sistem hidraulic de acționare*** - un sistem de acționare cvasi-hidrostatic sau de transmisie care utilizează lichid hidraulic sub presiune pentru a alimenta mașinile hidraulice. Termenul hidrostatic se referă la transferul de energie din diferențele de presiune, nu din energia cinetică a fluxului.

# Sisteme ...



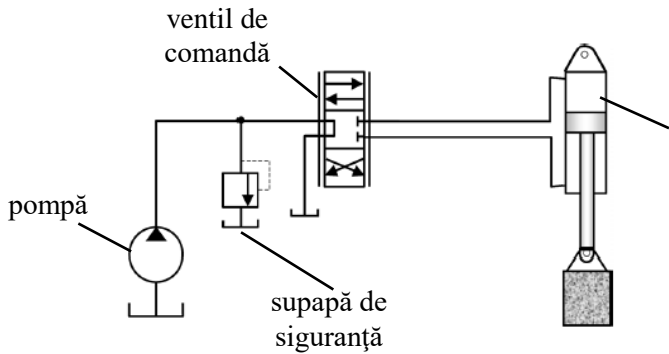
Conductor electric  
 Izolator  
 Transformator electric

Sistem electric

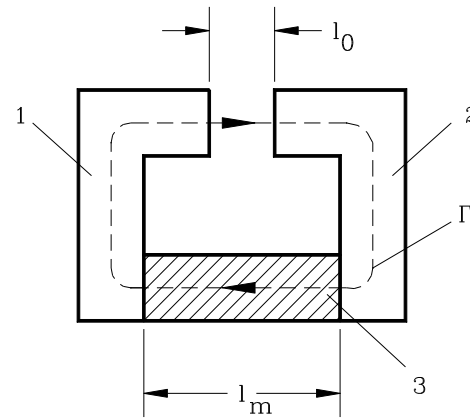


Componente electronice

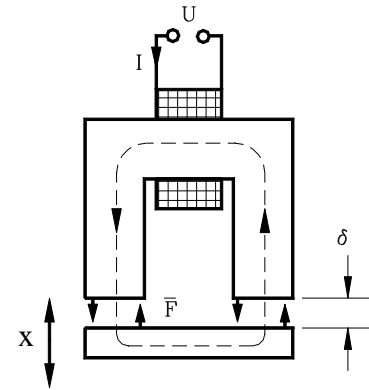
Sistem electronic



Sistem hidraulic



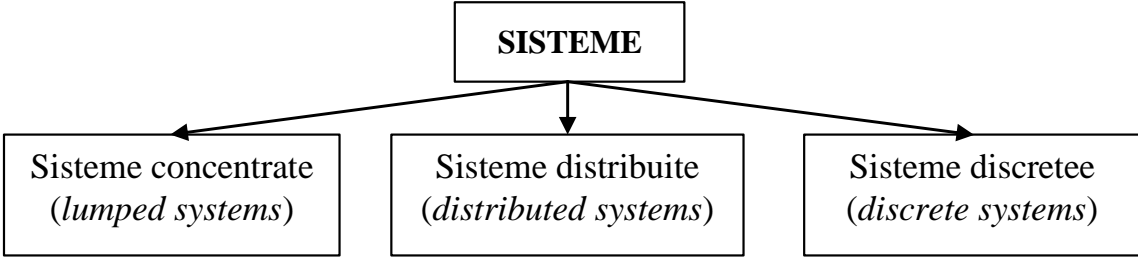
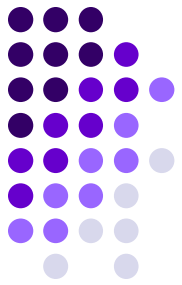
a)



b)

Sistem electromagnetic

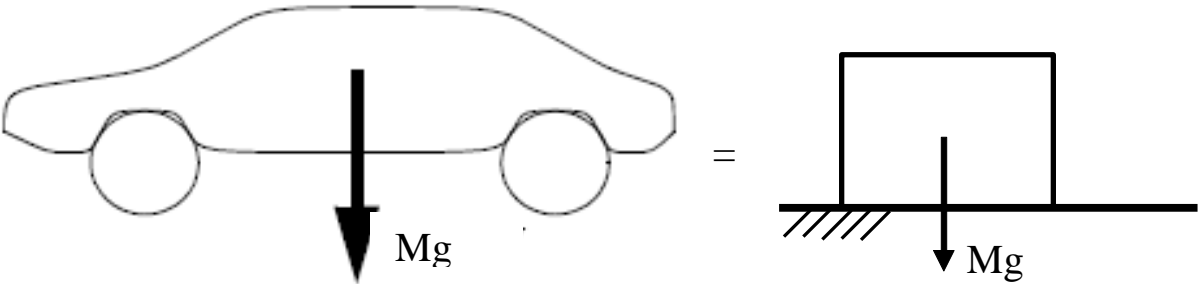
# Concluzii



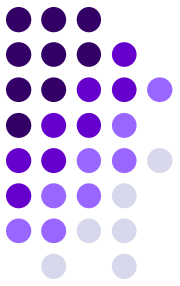
## Modele cu parametrii concentrați și distribuiți

*Mecanica teoretică* - admite studiul unui corp ca fiind redus la examinarea mișcării unui *punct material* atunci când nu ne interesează forma corpului și dimensiunile acestuia.

*Masa* corpului se consideră **concentrată** în punctul material.



*Rezistența materialelor* – adeseori considera o *forță distribuită* pe o curbă, suprafața etc.



# *Domeniul electric* - circuite formate din diverse componente:

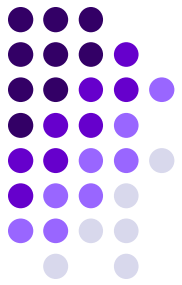
- rezistoare
- Bobine
- condensatoare,
- Diode
- tranzistoare
- amplificatoare operaționale
- baterii,
- motoare s.a.m.d.

**Circuit fizic**  *componente*

**Circuit electric**  **Elemente de circuit = modele idealizate**

$$u(t) = R \cdot i(t) \qquad u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

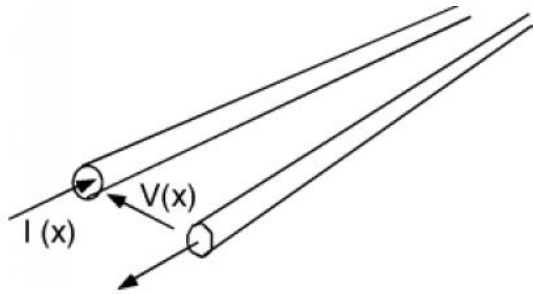
$$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$$



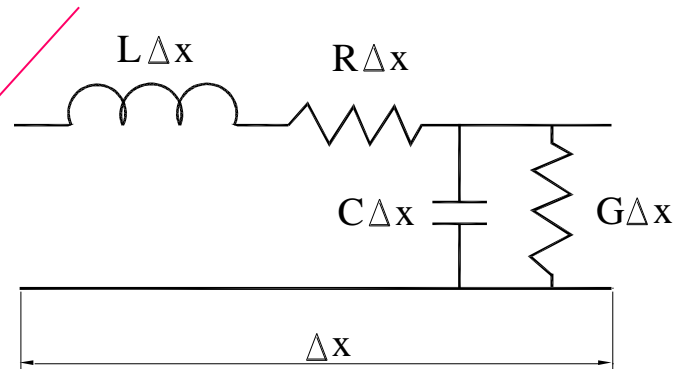
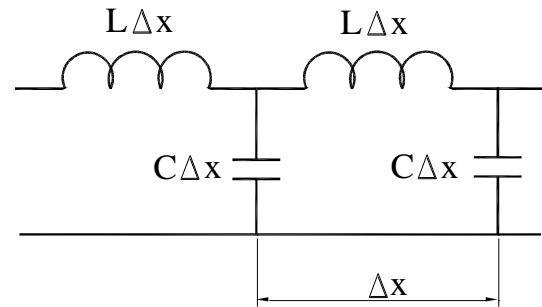
Orice circuit electric - un *model aproximativ* a circuitului real

Daca intirzierea in propagarea electromagnetica a unui semnal poate fi neglijata in raport cu perioada semnalului → model cu parametri concentrati

Linie electrica

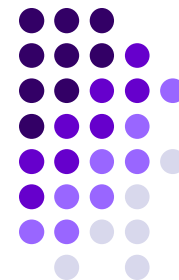


Modele cu parametri distribuiti pentru linia electrica





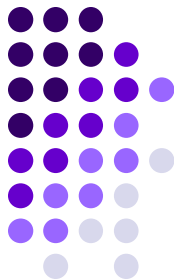
## Sisteme -exemple



MODELUL MATEMATIC	CLASIFICAREA SISTEMULUI
$\mathbf{x} = \mathbf{x}(z)$	Static
$\mathbf{x} = \mathbf{x}(z, t)$	Dinamic
$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = 2\mathbf{x}(t)$	Liniar, coeficienți constanți, parametri concentrați, neforțat
$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = 2\mathbf{x}^3(t)$	Nelinier, coeficienți constanți, neforțat, parametri concentrați
$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = 2\mathbf{x}(t) + 2t$	Liniar, coeficienți constanți, forțat, parametri concentrați

$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = (2t + 3) \cdot \mathbf{x}^2(t) + t$	Nelinier, coeficienți variabili, forțat, parametri concentrați
$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = 3\mathbf{x}^2(t) + e^{-2t} + f(t)$	Nelinier, coeficienți constanți, forțat, parametri concentrați
$\frac{\partial \mathbf{x}(z, t)}{\partial t} = \frac{\partial^2 \mathbf{x}(z, t)}{\partial t^2} + \mathbf{x}(z, t)$	Liniar, coeficienți constanți, neforțat, parametri distribuiți

# Legile fizicii

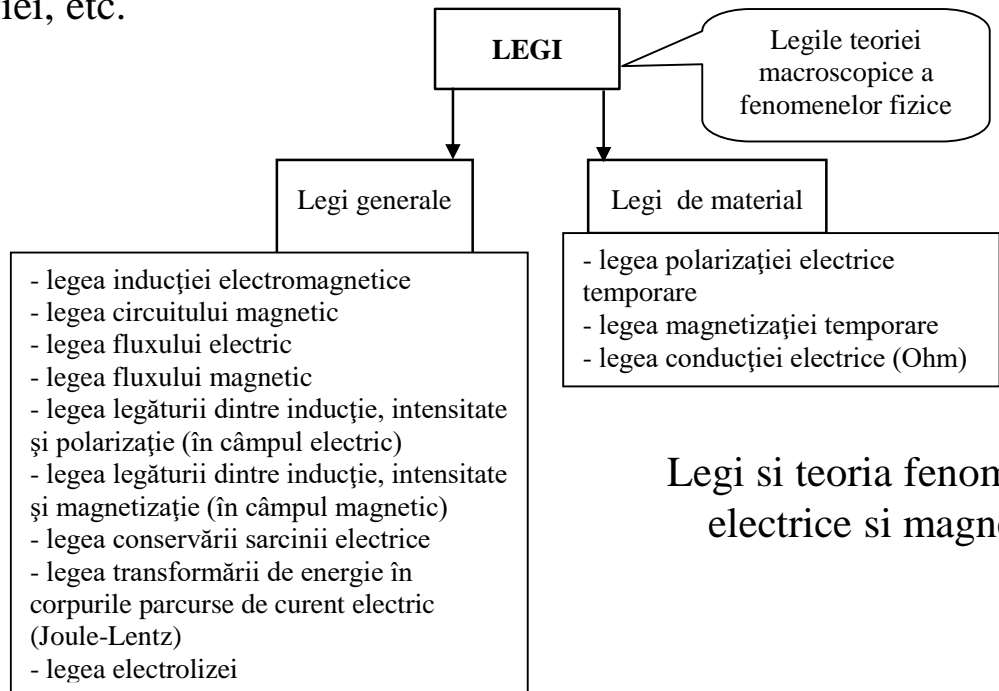


**Legile fizicii** (în sens larg, mecanic, electric, termic, etc.) se pot clasifica în:

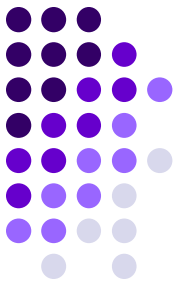
**Legi de stare** – care exprimă relațiile dintre mărimile de stare și conexiuni dintre evenimente de stare simultane. Acestea se exprimă prin ecuații de stare: legea lui Ohm, ecuația de stare a gazelor, etc.

**Legi de evoluție** – care exprimă legături între evenimente care nu sunt simultane. Ele se exprimă prin ecuații de evoluție sub forma unor ecuații cu derivate în raport cu timpul: legea a II-a a lui Newton, etc.

**Legi de conservare** – care exprimă conservarea unor mărimi fizice pe parcursul unor transformări și în anumite condiții: legea conservării sarcinii electrice, legea conservării energiei, etc.



Legi și teoria fenomenelor electrice și magnetice



Construcția modelului - succesiune de etape:

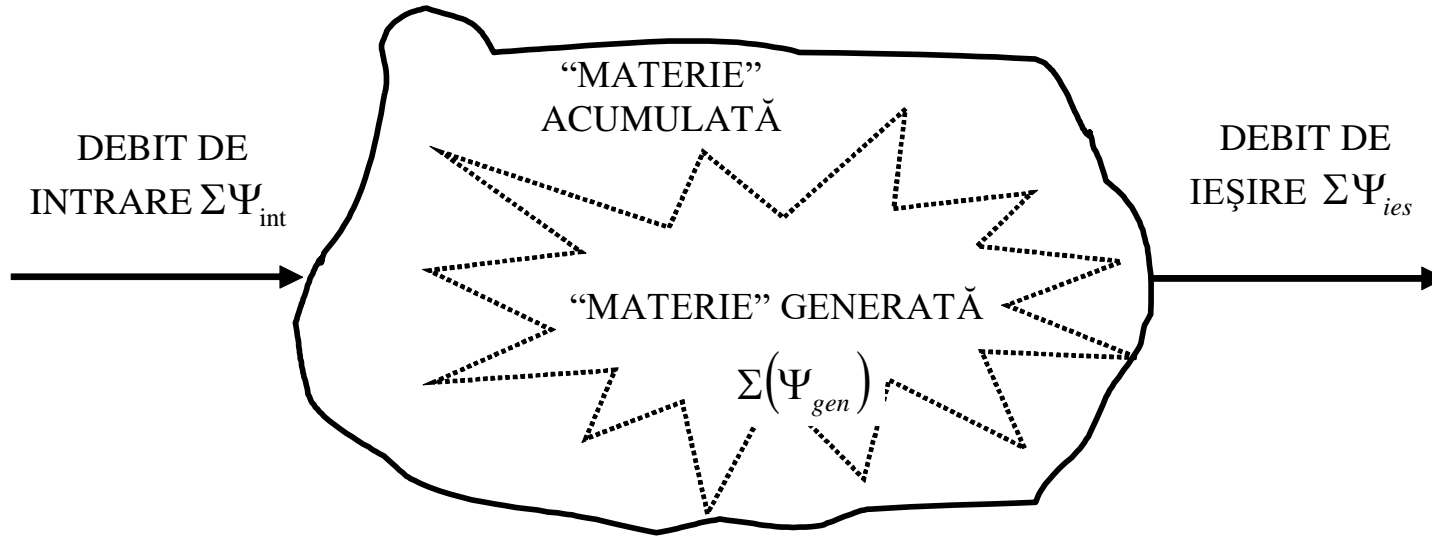
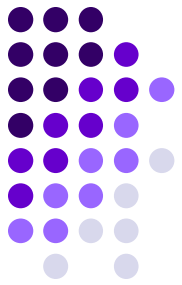
- ✓ *Definirea “granițelor” sistemului.*
- ✓ *Definirea ipotezelor simplificatoare / aproximațiilor admise. Modelul trebuie să includă ce este esențial din sistemul fizic. **Dacă sistemul este prea complicat utilitatea sa devine discutabilă***
- ✓ *Stabilirea ecuațiilor de echilibru / bilanț pentru sistemul fizic (sau pentru subsistemele componente) și definirea condițiilor suplimentare.*

**Formă generalizată** pentru bilanțul “material”: “ *rata de schimb a materiei în sistem este egală cu fluxul net a materialului*”

“materie” = *semnificație generalizată*: energie, masă, impuls.

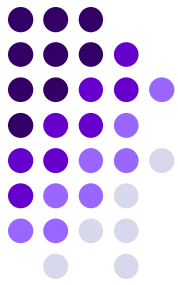
“materia” generată - de ex.: generare de energie prin reacții chimice, etc.

În domeniul mecanic: *teoremele bilanțului / echilibrului energetic / căldură, echilibrul de masă, echilibrul impulsului, echilibrul entropiei.*



$$\frac{d(\text{"material"})}{dt} = \Sigma(\Psi_{int}) - \Sigma(\Psi_{ies}) + \Sigma(\Psi_{gen})$$

# Legile fizicii



$$(1) \quad dm \cdot \bar{a} = dF_a + dF_p + dF_{int}$$

$$(2) \quad dE_c = dL$$

$$(3) \quad \sum_K I_K = 0$$

$$(4) \quad \sum_k U_{ek} = \sum_k R_k \cdot I_k$$

$$(5) \quad W_{e-m} = \iiint_{V_\Sigma} \frac{\mathbf{E} \cdot \mathbf{D} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{H}}{2} dV$$

(6)

$$dW_{el} = dW_{mec} + dW_t + dW_{es} + dW_{mag}$$

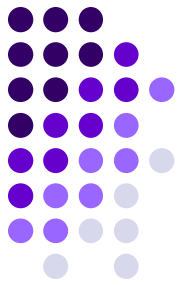
$$dW_{el} = \sum_j u_j \cdot i_j \cdot dt$$

$$dW_{mec} = \sum_k F_k \cdot dx_k$$

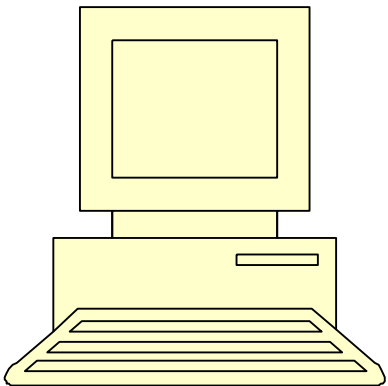
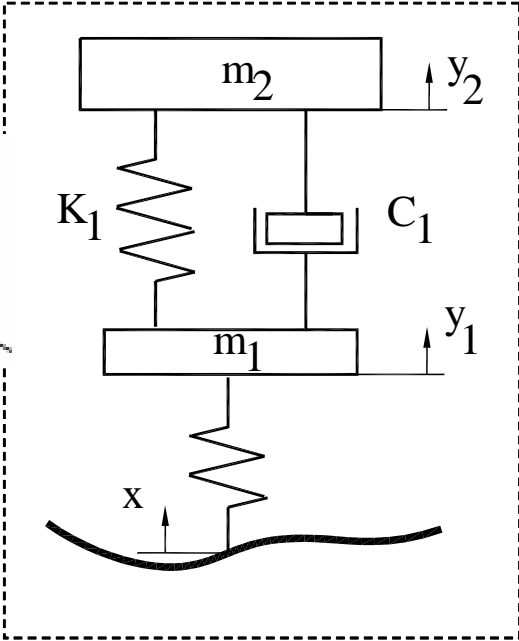
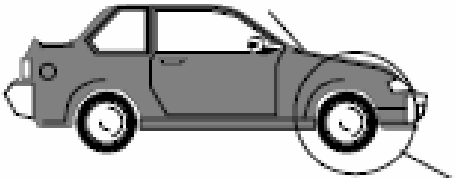
$$dW_t = \sum_j R_j \cdot i_j^2 \cdot dt$$

$$X_k = - \left( \frac{\partial W}{\partial x_k} \right)_{q=ct} = \left( \frac{\partial W}{\partial x_k} \right)_{V=ct}$$

# Exemplu\_modelare

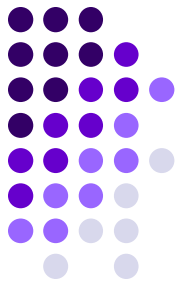


Model fizic

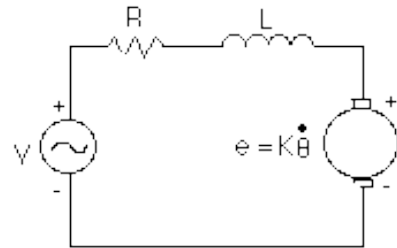
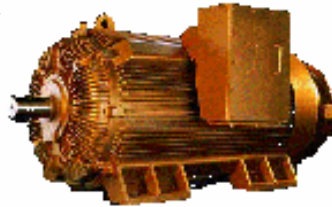


$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$
 Model matematic

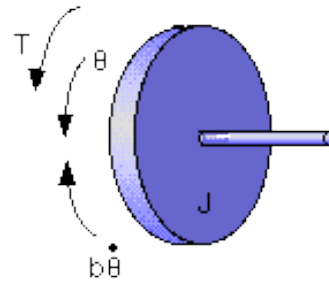
# Exemplu\_modelare



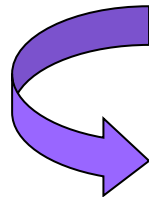
Modelul fizic



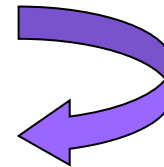
Abstractizarea aspectului electric



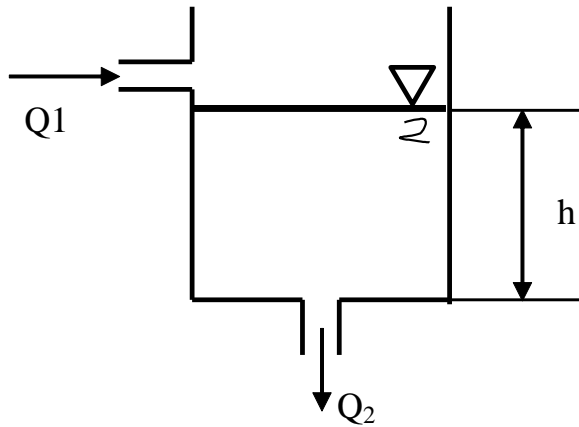
Abstractizarea aspectului mecanic



$$\begin{cases} \frac{dy}{dt} = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$



## Exemplu. Bilanțul masic al lichidului dintr-un rezervor



### ✓ *Ipoteze simplificatoare:*

- Densitatea  $\rho$  a fluidului este constantă;
- Lichidul este incompresibil
- Rezervorul este poziționat vertical;
- Secțiunea transversală a rezervorului este circulară, constantă;

### ✓ *Parametrii din sistem:*

- Debitul volumic de intrare  $Q_1$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ] și debitul volumic de ieșire  $Q_2$  [ $\text{m}^3/\text{s}$ ];
- $h$  [m] – nivelul lichidului în rezervor;
- $m$  [kg] – masa de lichid;
- $A$  [ $\text{m}^2$ ] – aria transversală;
- $V$  [ $\text{m}^3$ ] – volumul de lichid.



Echilibrul masic: 
$$\frac{dm(t)}{dt} = \sum_i Q_{mi}$$

$Q_{mi}$  – debitul masic

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho Q_1(t) - \rho Q_2(t) \quad = \text{model matematic in "m"}$$

$$m(t) = \rho V(t) = \rho Ah(t)$$

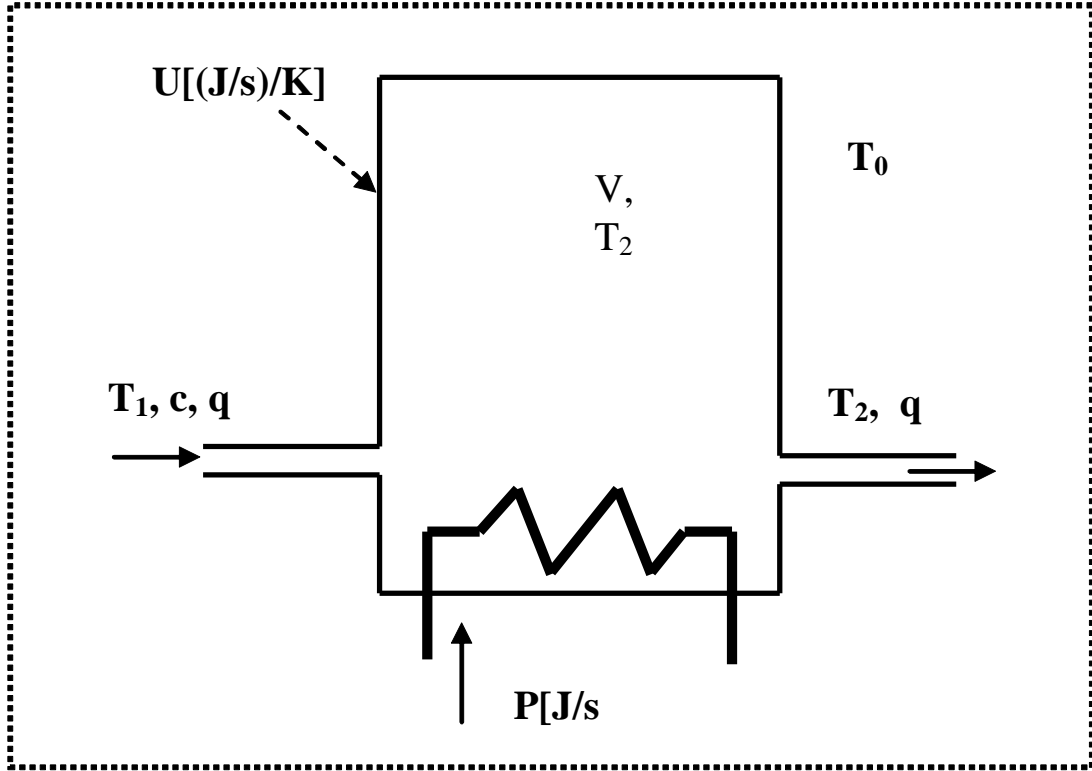
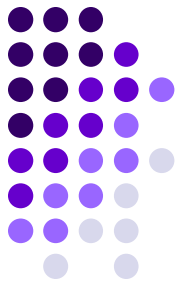
$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A} \cdot [Q_1(t) - Q_2(t)] \quad = \text{model matematic in "h"}$$

$$Q_2(t) = K \cdot \sqrt{\rho gh(t)}$$

variabila  $Q_2$  depinde de nivelul lichidului

$$\frac{dm(t)}{dt} = \rho Q_1(t) - \rho K \sqrt{\rho gh(t)} \quad = \text{model matematic}$$

# Exemplu. Bilanțul energetic pentru un sistem termic

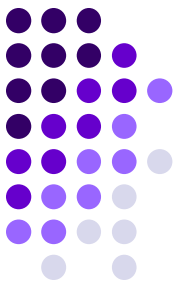


- Lichidul din rezervor este omogen
- Debitul la intrare și ieșire sunt egale, rezervorul fiind plin cu lichid;

- $T$  [K] - temperatura
- $c$  [J/(kgK)] - căldura specifică
- $m$  [kg] - masa
- $V$  [m<sup>3</sup>] – volumul
- $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] – densitatea
- $C$  [J/K] - capacitatea calorică
- $P$  [J/s] - puterea preluată de lichid de la elementul de încălzire;
- $T_0$  - temperatura mediului ambient

## *Ecuatia bilantului energetic*

$$\frac{dE(t)}{dt} = \sum_i Q_i(t)$$



$E$  [J] - energia termică,  $Q_i$  [J/s] - fluxul energetic;  $t$  [s] - parametrul timp.

$$E = cmT = c\rho VT = CT$$

- energia preluată de lichid de la elementul de încălzire

$$Q_1 = P(t)$$

- energia înmagazinată în lichidul de intrare

$$Q_2 = cq(t) \cdot T_1(t)$$

- energia înmagazinată în lichidul de ieșire

$$Q_3 = cq(t) \cdot T_2(t)$$

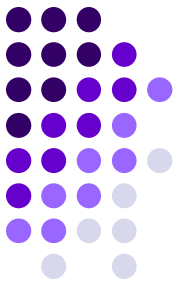
- energia schimată de sistemul termic cu mediul exterior

$$Q_4 = U \cdot [T_0(t) - T_2(t)]$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4 \quad \longrightarrow \quad c\rho V \frac{dT_2}{dt} = P + cqT_1 - cqT_2 + U \cdot (T_0 - T_2)$$

## *Ecuatia bilantului energetic*

$$\frac{dE(t)}{dt} = \sum_i Q_i(t)$$



$E$  [J] - energia termică,  $Q_i$  [J/s] - fluxul energetic;  $t$  [s] - parametrul timp.

$$E = cmT = c\rho VT = CT$$

- energia preluată de lichid de la elementul de încălzire

$$Q_1 = P(t)$$

- energia înmagazinată în lichidul de intrare

$$Q_2 = cq(t) \cdot T_1(t)$$

- energia înmagazinată în lichidul de ieșire

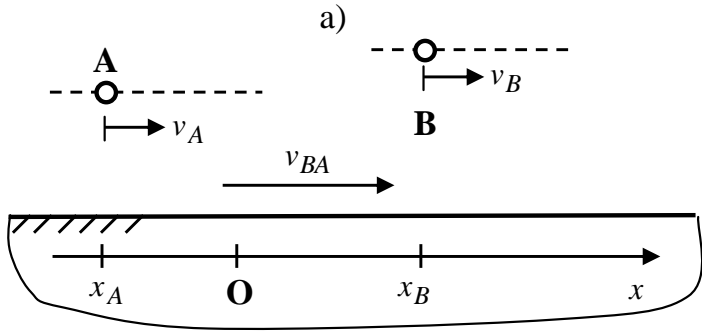
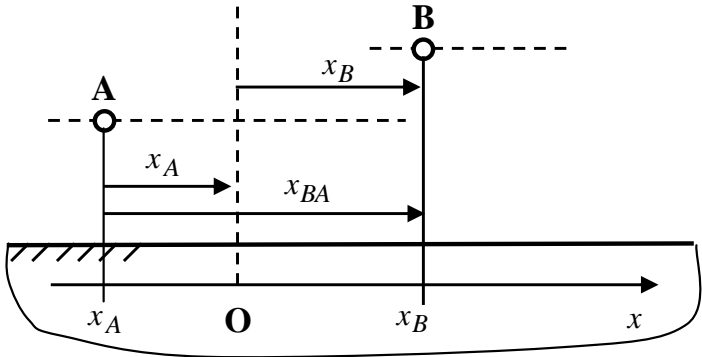
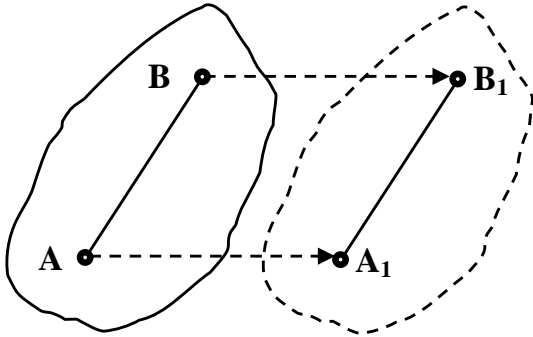
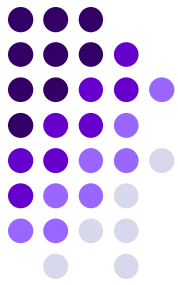
$$Q_3 = cq(t) \cdot T_2(t)$$

- energia schimată de sistemul termic cu mediul exterior

$$Q_4 = U \cdot [T_0(t) - T_2(t)]$$

$$\frac{dE(t)}{dt} = Q_1 + Q_2 - Q_3 + Q_4 \quad \longrightarrow \quad c\rho V \frac{dT_2}{dt} = P + cqT_1 - cqT_2 + U \cdot (T_0 - T_2)$$

# Modelarea sistemului mecanic - miscarea de translataie



$$v_A = \frac{dx_A}{dt}$$

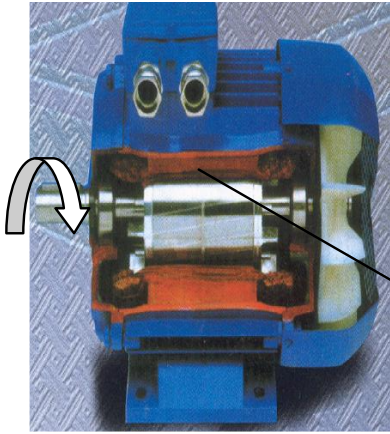
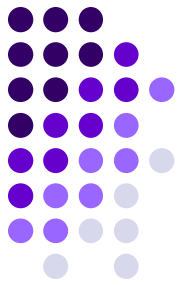
$$a_A = \frac{dv_A}{dt} = \frac{d^2 x_A}{dt^2}$$

$$x_{BA} = x_B - x_A$$

$$v_{BA} = v_B - v_A$$

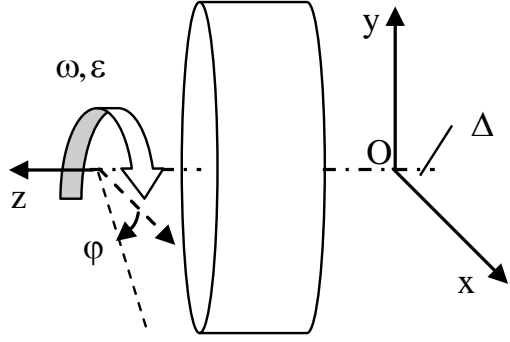
$$a_{BA} = a_B - a_A$$

# Sistem mecanic – miscarea de rotatie



rotor

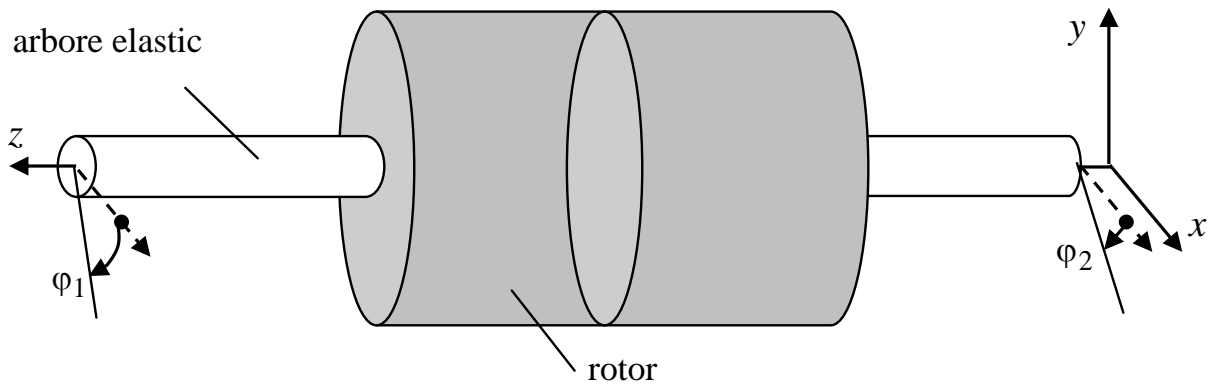
a)

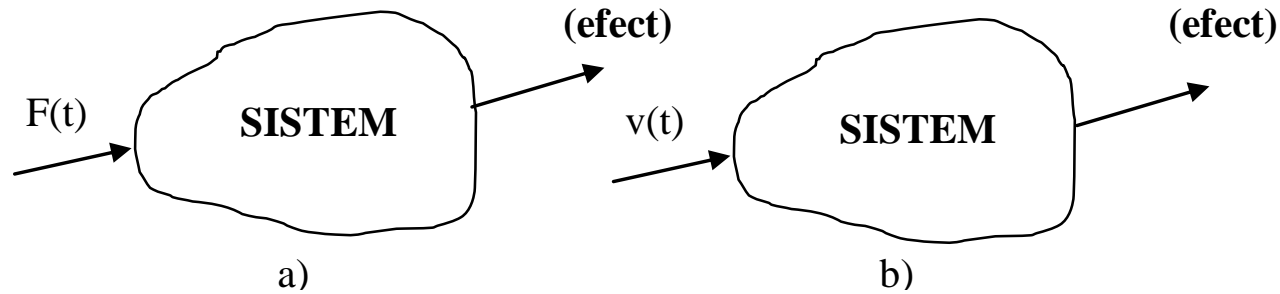
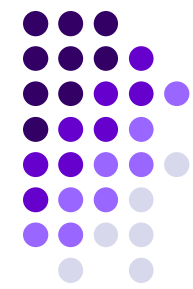


b)

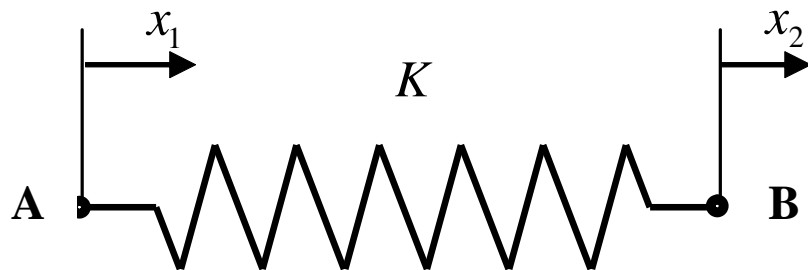
$$\omega = \frac{d\varphi}{dt}$$

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$$

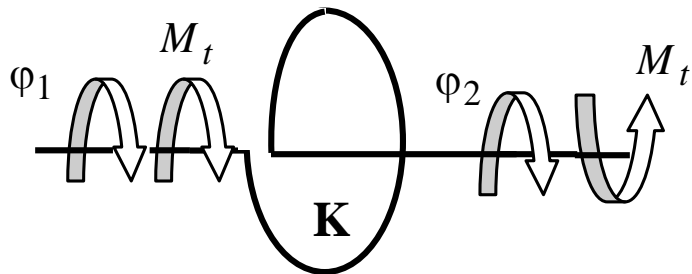




# Element elastic

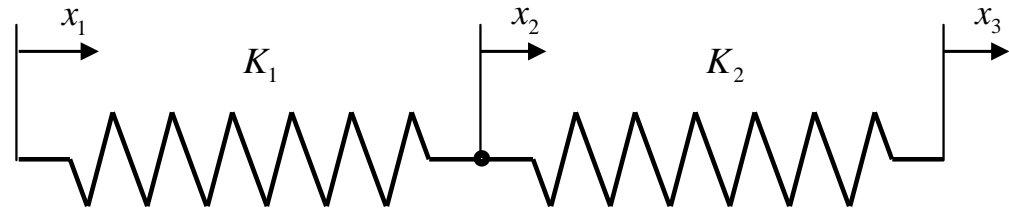
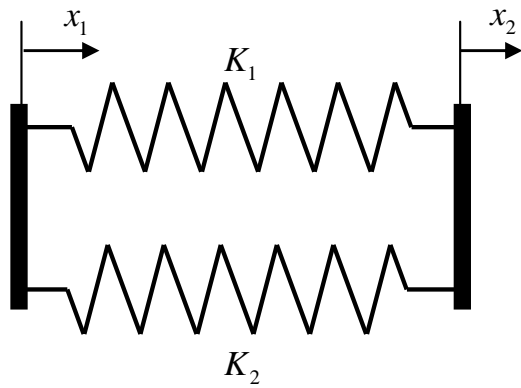
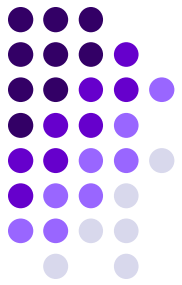


$$F = K \cdot (x_1 - x_2)$$



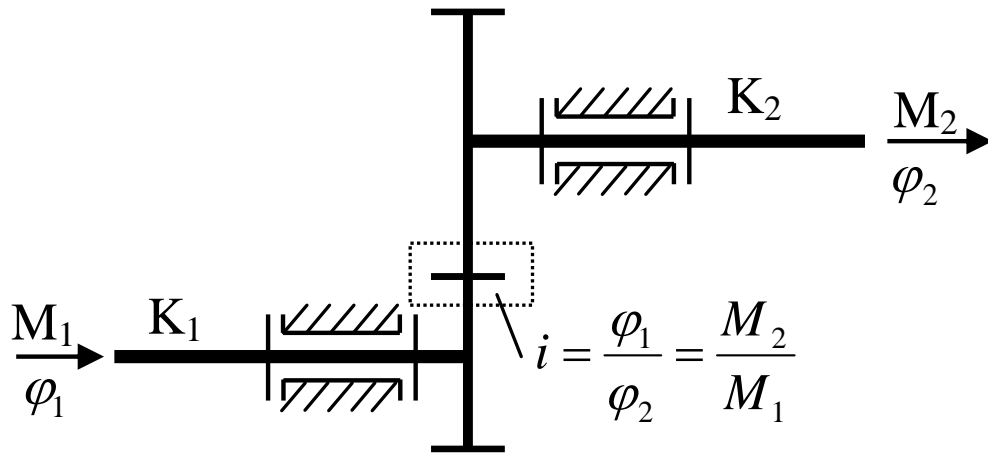
$$M_t = K \cdot (\varphi_1 - \varphi_2)$$

# Exemplu



$$K_e = K_1 + K_2$$

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}$$

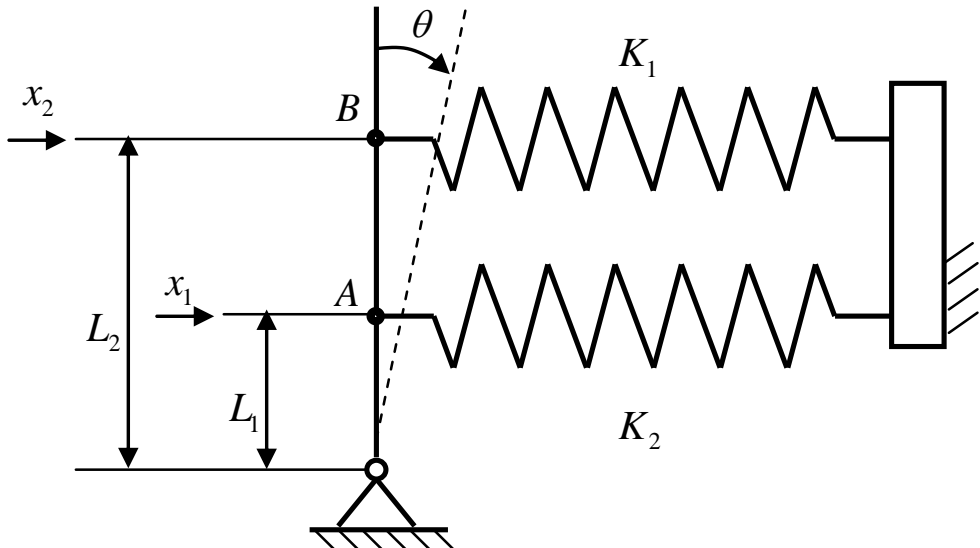
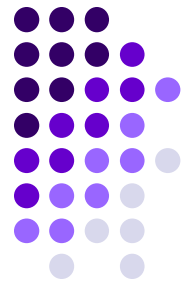


$$i = \frac{\varphi_1}{\varphi_2} = \frac{M_2}{M_1}$$

$$\frac{1}{K_e} = \frac{1}{K_1} + \frac{i^2}{K_2}$$



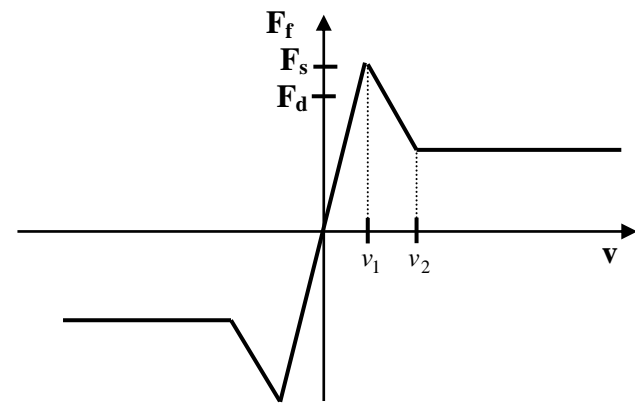
# Exemplu



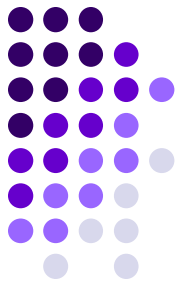
$$K_e = K_1 + K_2 \cdot \left( \frac{L_2}{L_1} \right)^2$$

# Frecare

$$F_f = \begin{cases} F_0 \operatorname{sign} \left( \frac{dx}{dt} \right) \text{ la } \frac{dx}{dt} \neq 0 \\ + F_0 \text{ la } \frac{dx}{dt} = 0 \text{ si } F > F_0 \\ - F_0 \text{ la } \frac{dx}{dt} = 0 \text{ si } F < -F_0 \\ F_0 = \mu N \end{cases}$$



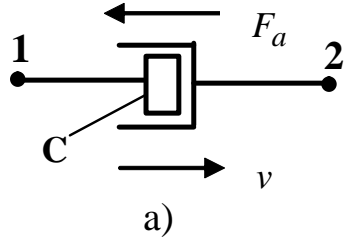
# Element amortizor



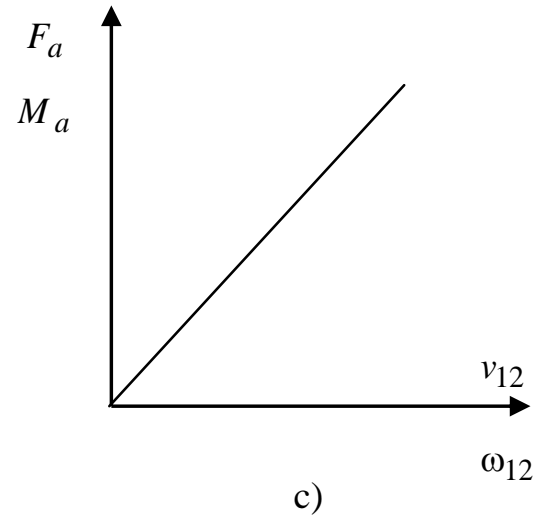
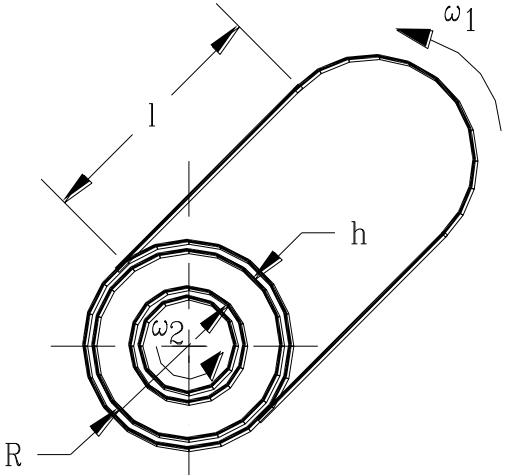
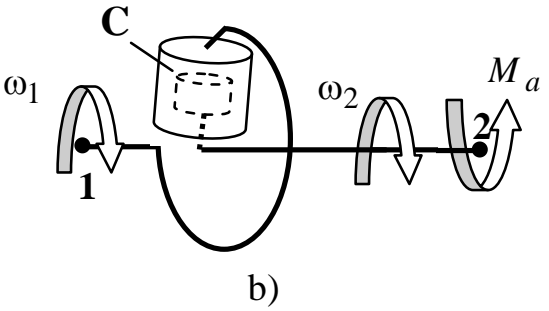
$$\overline{F_a} = -C \cdot \overline{v}$$

$$C = \frac{2\pi \cdot R^3 \cdot \eta \cdot l}{h} \quad \left[ \frac{Nms}{rad} \right]$$

$$F_p = C_e \cdot (v_2 - v_1)$$



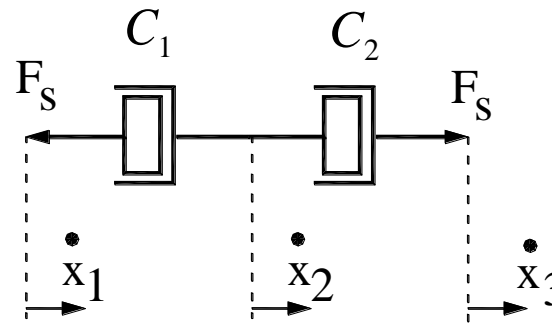
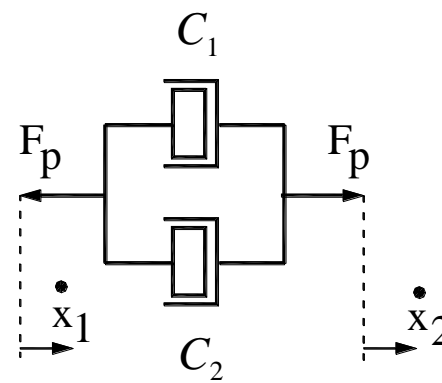
$$M_p = C_e \cdot (\omega_2 - \omega_1)$$



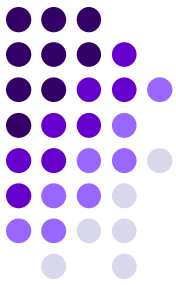
$$C_e = C_1 + C_2$$

$$F_S = C_e \cdot (v_3 - v_1)$$

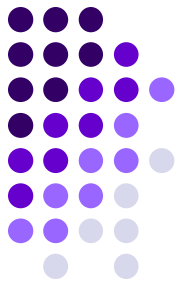
$$C_e = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$



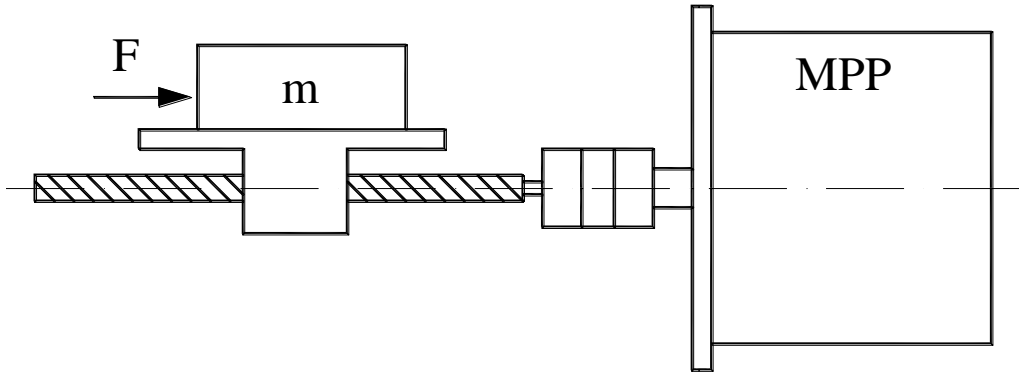
$$M_S = C_e \cdot (\omega_3 - \omega_1)$$



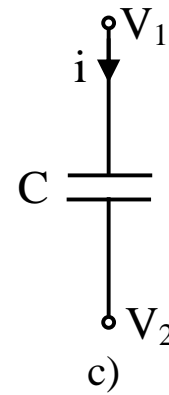
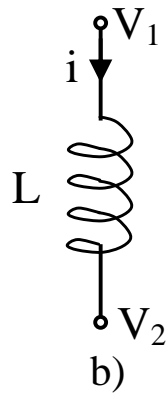
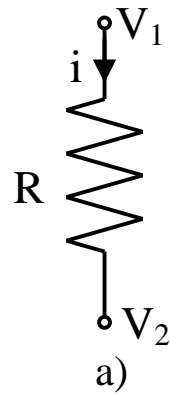
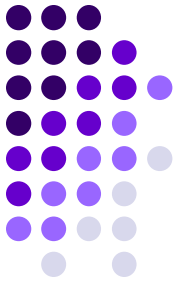
# Exemplu



$$m_r = \frac{1}{v_A^2} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i^2 + J_i \cdot \omega_i^2) \quad I_r = \frac{1}{\omega_A^2} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i \cdot v_i^2 + J_i \cdot \omega_i^2)$$



$$J_{red} = J_s + m \cdot \left( \frac{p}{2\pi} \right)^2$$



$$V_R = V_1 - V_2 = iR$$

$$V_L = V_1 - V_2 = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$V_C = V_1 - V_2 = \frac{1}{C} \int_0^t i dt + V_C(0)$$