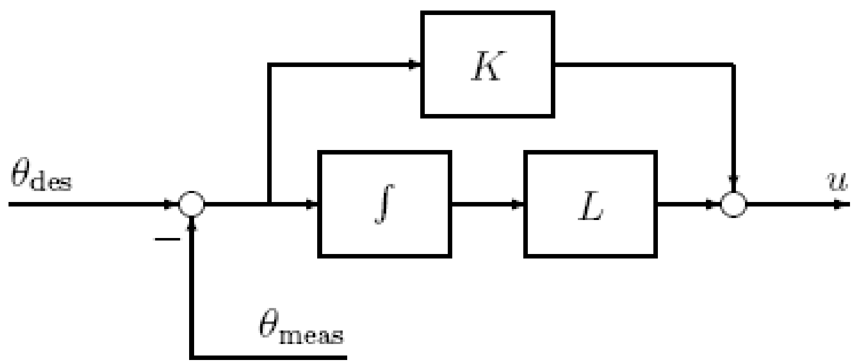
Departamentul de MECATRONICĂ
Facultatea de MECANICĂ
UNIVERSITATEA POLITHENICA TIMIŞOARA

TEORIA SISTEMELOR AUTOMATE



Prof. dr. ing. Valer DOLGA,

Cuprins_7
Analiza si raspunsul sistemelor liniare in domeniul timp

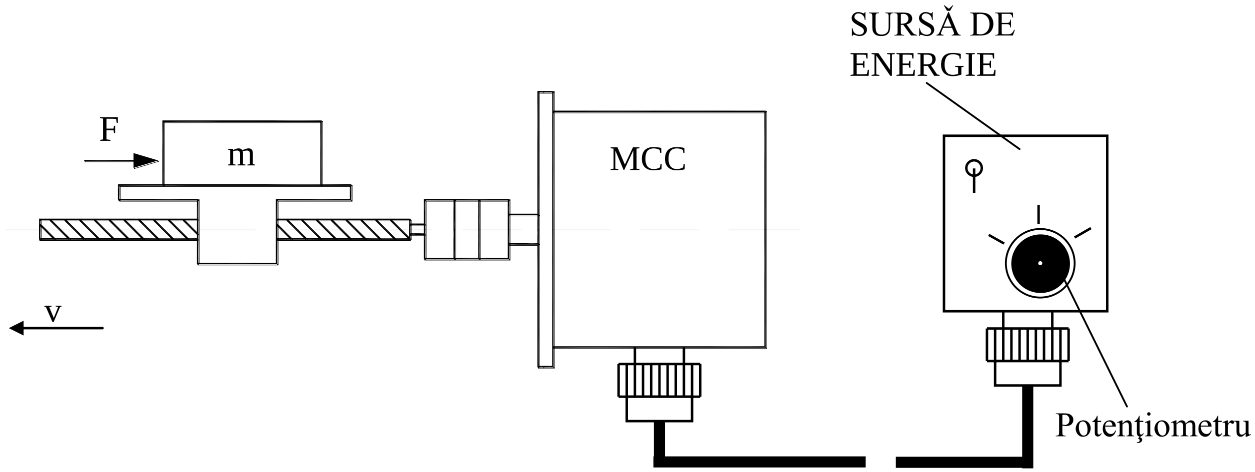
1. Sisteme automate
2. Semnalul de intrare si semnalele standard
3. Raspunsul sistemelor de ordinul “zero”. Exemple
4. Raspunsul sistemelor de ordinul “unu”. Exemple

Sisteme automate

În automatica clasică:

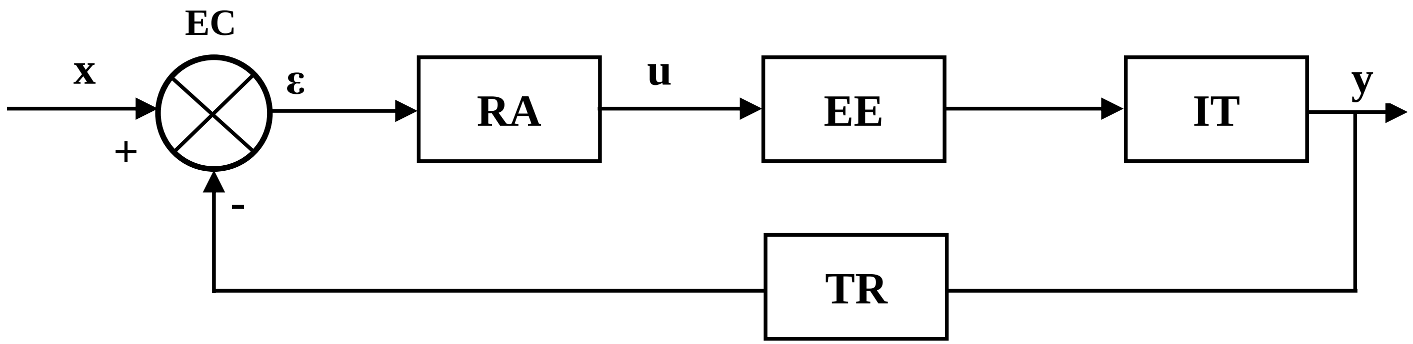
- sisteme de comandă automată (SCA) – fără ***reacţie***;
- sisteme de reglare automată (SRA) - cu ***reacţie***

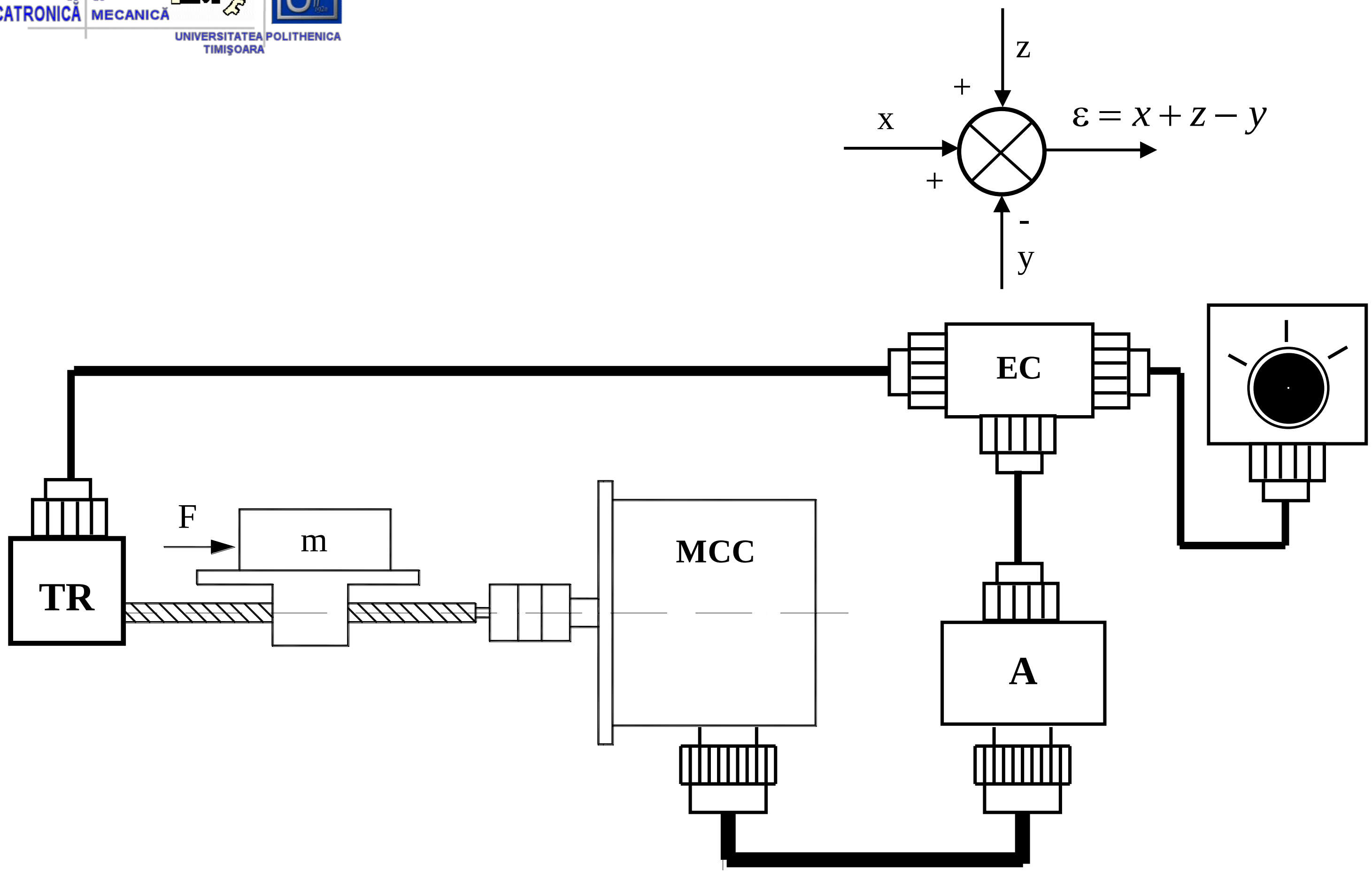
Sistemele de comandă automate (SCA) – fără reacţie = *informaţie de intrare determină mărimea de ieşire (Y) dar mărimea de ieşire din sistem nu influenţează mărimea de intrare (X).*



Sistem de reglare automată (SRA) = ***sistem cu reacţie*** – (cu legătură inversă) = un sistem în care o informaţie instantanee asupra mărimii de ieşire a sistemului este trimisă la intrarea sistemului, pentru a fi comparată cu mărimea de intrare.

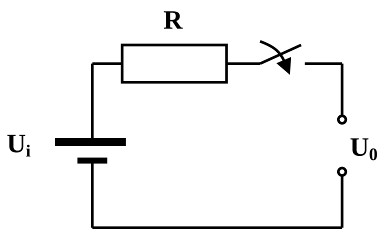
Observaţie – ***Termenul englez de "servomechanism" corespunde expresiei din limba franceză " système asservi" şi care a fost tradus în limba română prin sistem de reglare automată.***





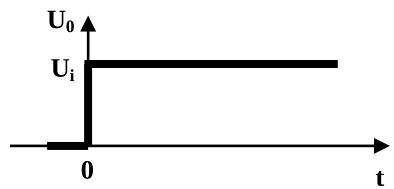
- Să se cunoască felul variaţiei mărimii de intrare;
- Structura sistemului, prin elementele sale componente.

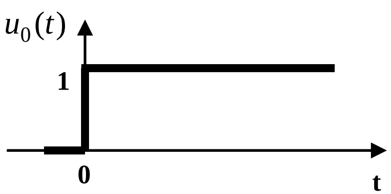
Semnal de intrare

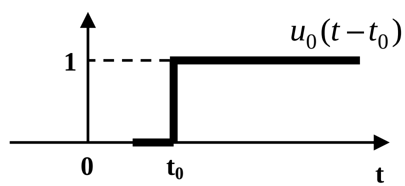


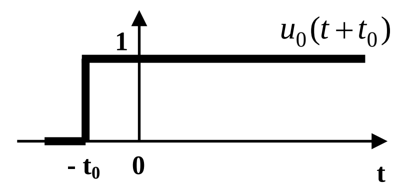
$$U_0 = 0 \quad pentru \ -\infty < t < 0$$

$$U_0 = U_i \quad pentru \ 0 < t < \infty$$



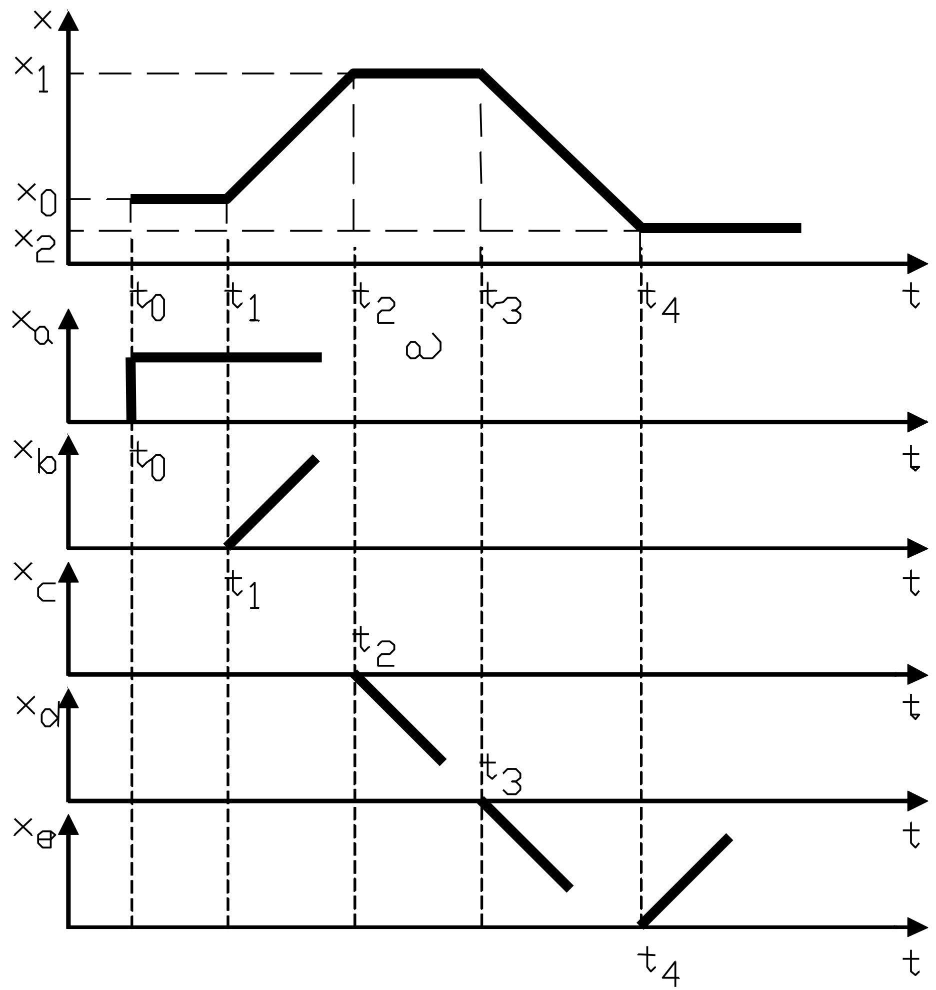






- o sursă de tensiune continuă de 24 V aplicată la un moment poate fi descrisă sub forma $24u_0(t)\ V$

$$x(t) = x_a(t) + x_b(t) + x_c(t) + x_d(t) + x_e(t)$$



$$x_a(t) = 0 \quad pentru \quad t \le t_0$$
$$x_a(t) = x_0 \quad pentru \quad t > t_0$$

$$x_b(t) = k_b \cdot (t - t_1)$$
$$k_b = \frac{x_1 - x_0}{t_2 - t_1}$$

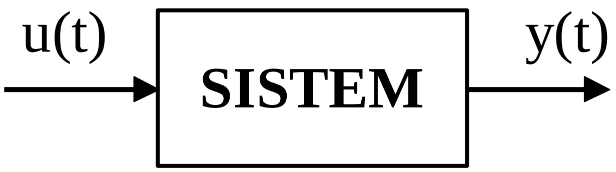
$$x_c(t) = -k_c * (t - t_2)$$
$$k_c = k_b$$

$$x_d(t) = -k_d \cdot (t - t_3)$$
$$k_d = \frac{x_1 - x_2}{t_4 - t_3}$$

$$x_e(t) = k_e \cdot (t - t_4)$$
$$k_e = k_d$$

Semnale standard

Sistem de ordinul zero



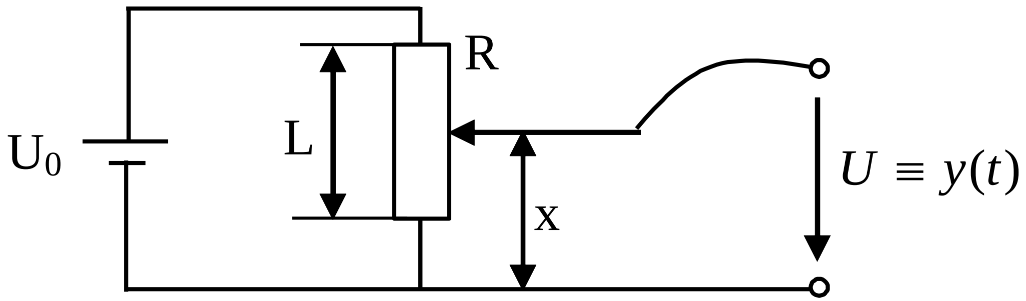
$$a_0 y(t) = b_0 u(t) \qquad G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{a_0}$$

$$Y(s) = \frac{b_0}{a_0} \cdot U(s)$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(Y(s)\right) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{b_0}{a_0} \cdot U(s)\right) = \frac{b_0}{a_0} \cdot \mathcal{L}^{-1}\left(U(s)\right) = \frac{b_0}{a_0} \cdot u(t)$$

$$S = \frac{b_0}{a_0} \quad \frac{[UM]_y}{[UM]_u}$$ **= sensibilitatea sistemului**

Exemplu



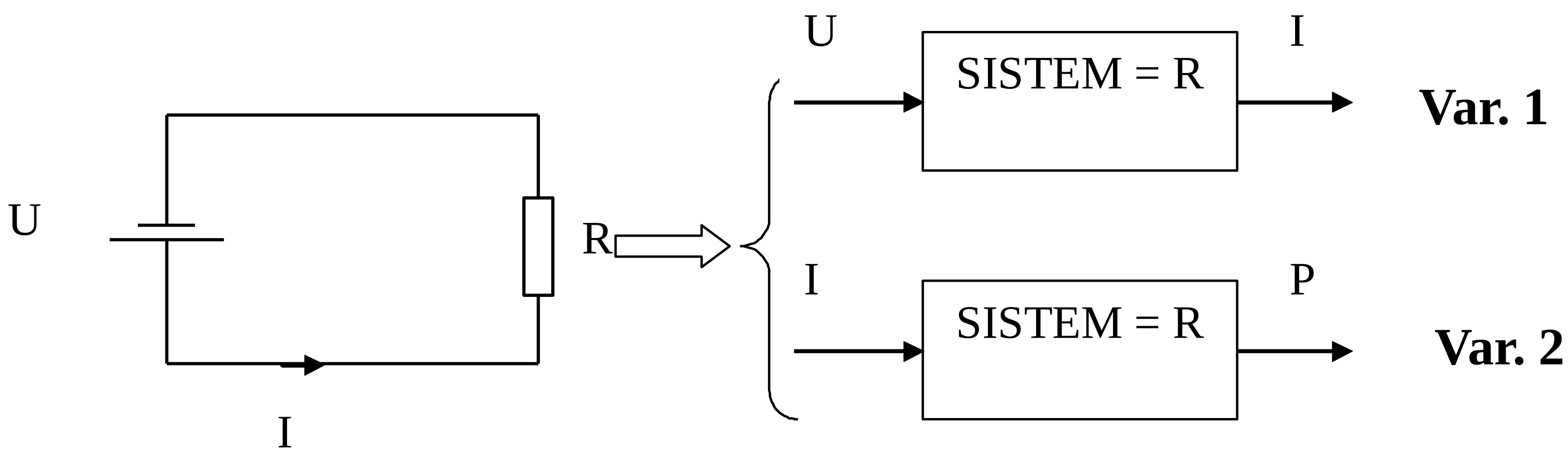
Traductorul rezistiv de deplasare

$$U = \frac{U_0}{L} \cdot x = S \cdot x$$

S = sensibilitatea [V/mm]

Elementele de ordinul zero: nu introduc întârziere în transferul informaţiei dar modifică amplitudinea semnalului de intrare

Exemplu



a)

Intrare: U [V]

Iesire: I [A]

$$I(t) = \frac{1}{R} \cdot U(t) \qquad G(s) = \frac{1}{R}$$

b)

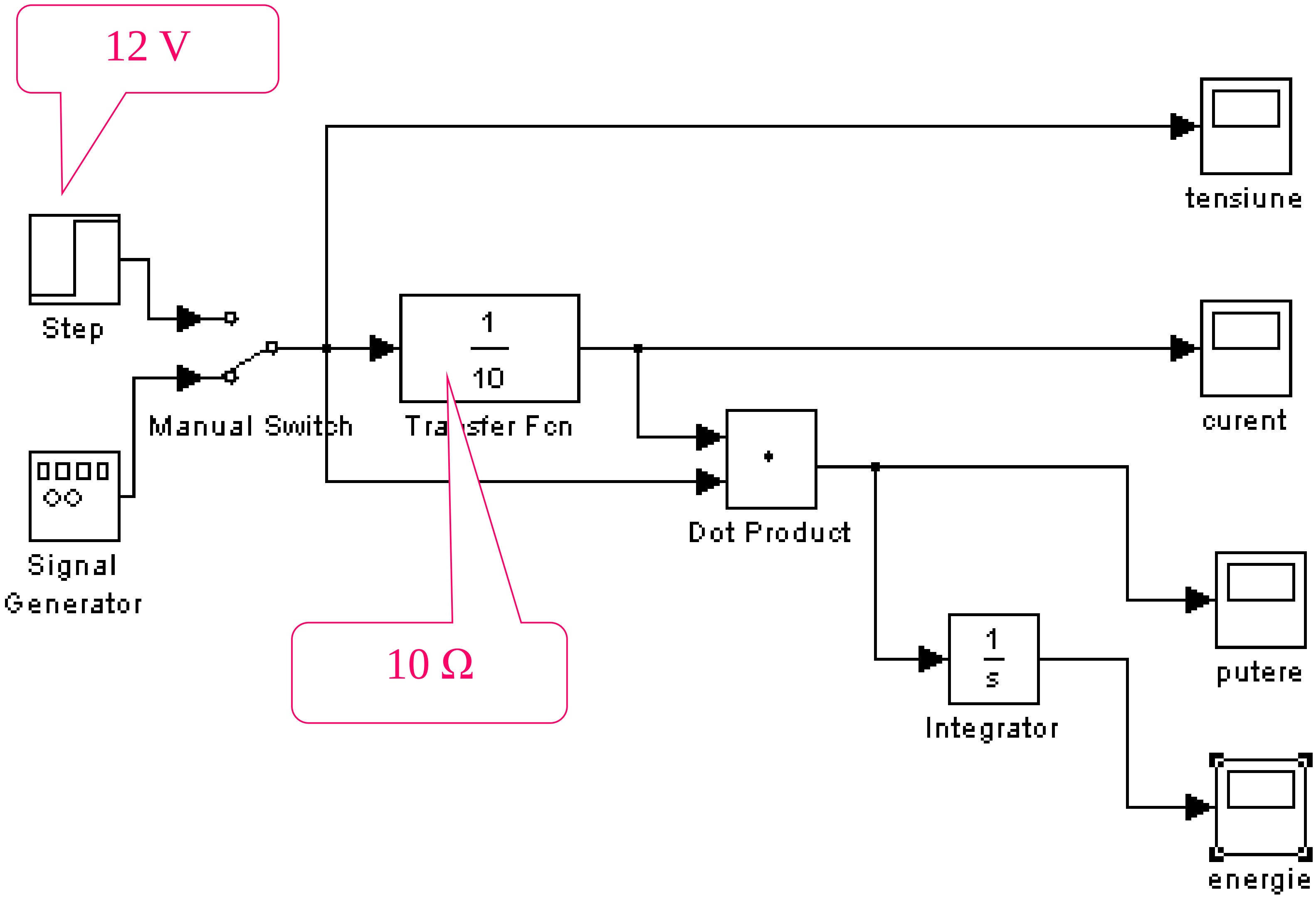
Intrare: I [A]

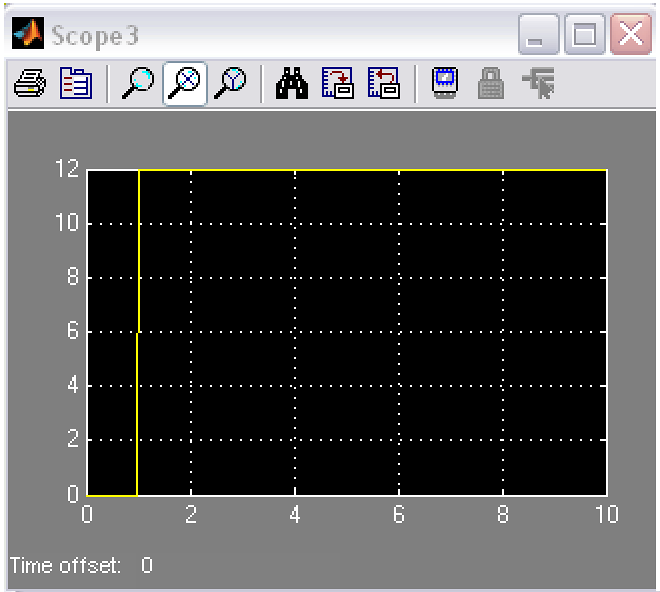
Iesire: P [W]

$$G(s) = U_0$$

$$W = \int P dt \; sau \; \frac{dW}{dt} = P$$

$$sW(s) = P(s) \; sau \; \frac{W(s)}{P(s)} = \frac{1}{s}$$

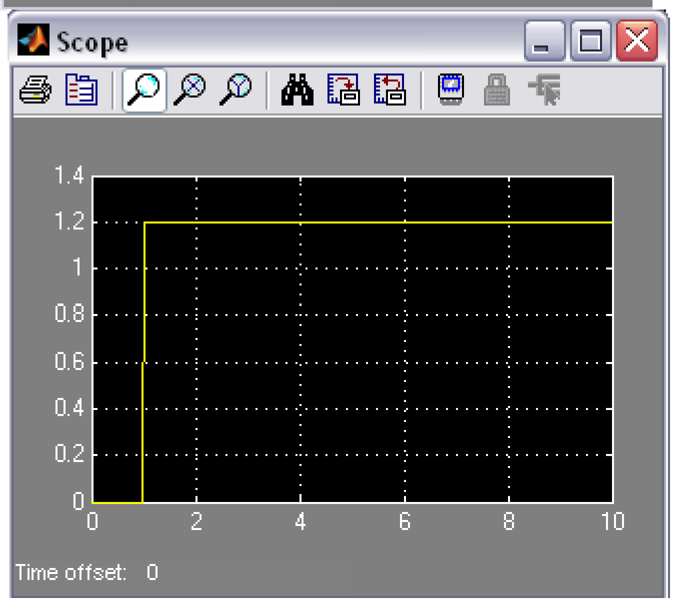

12 V
Step
Manual Switch
Signal Generator
1
10
Transfer Fcn
10 Ω
Dot Product
1
s
Integrator
tensiune
curent
putere
energie


Scope3
12
10
8
6
4
2
0
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

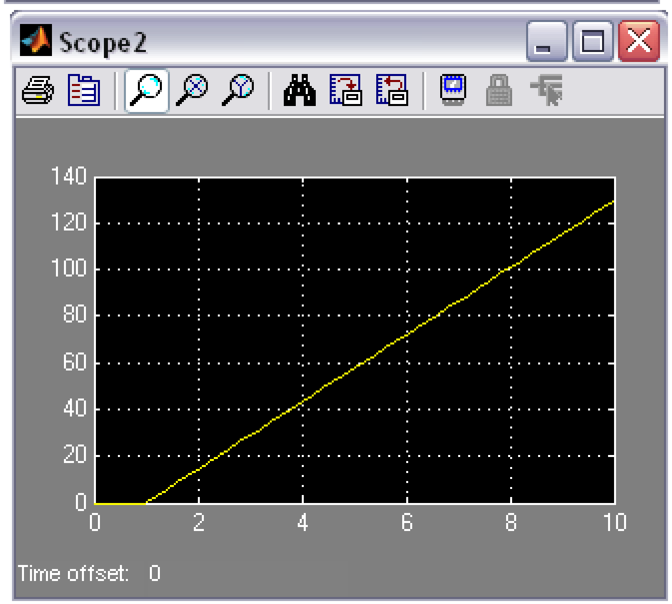
U


Scope1
15
10
5
0
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

P


Scope
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

I


Scope2
140
120
100
80
60
40
20
0
0 2 4 6 8 10
Time offset: 0

E

Sistem de ordinul 1

$$a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} = \frac{b_0 / a_0}{\frac{a_1}{a_0} s + 1} = \frac{S}{\tau \cdot s + 1}$$

$$S = \frac{b_0}{a_0} \quad \frac{[UM]_y}{[UM]_u}$$ = sensibilitatea sistemului

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} \; [s]$$ = constanta de timp a sistemului

$$Y(s) = \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot U(s)$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot U(s) \right\}$$

Performanţele sistemului de ordinul 1 *în timpul procesului tranzitoriu:*

- ***constanta de timp*** – $\tau[s]$ - intervalul de timp după care valoarea de ieşire atinge 63 % din valoarea de regim stabilizat;

- ***timpul de întârziere*** (*delay time*) – timpul necesar semnalului de ieşire pentru a atinge 50 % din valoarea de regim stabilizat:

$$t_i = t_{50} = \tau \ln 2$$

- ***timpul de creştere*** (*rise time*) – timpul necesar semnalului de ieşire pentru a creşte de la 10 % până la 90 % din valoarea de regim stabilizat:

$$t_c = t_{90} - t_{10} = \tau \ln 9$$

Traductoarele de temperatură, tahogeneratoarele (traductoare de viteză unghiulară) sunt elemente senzoriale de ordinul întâi.

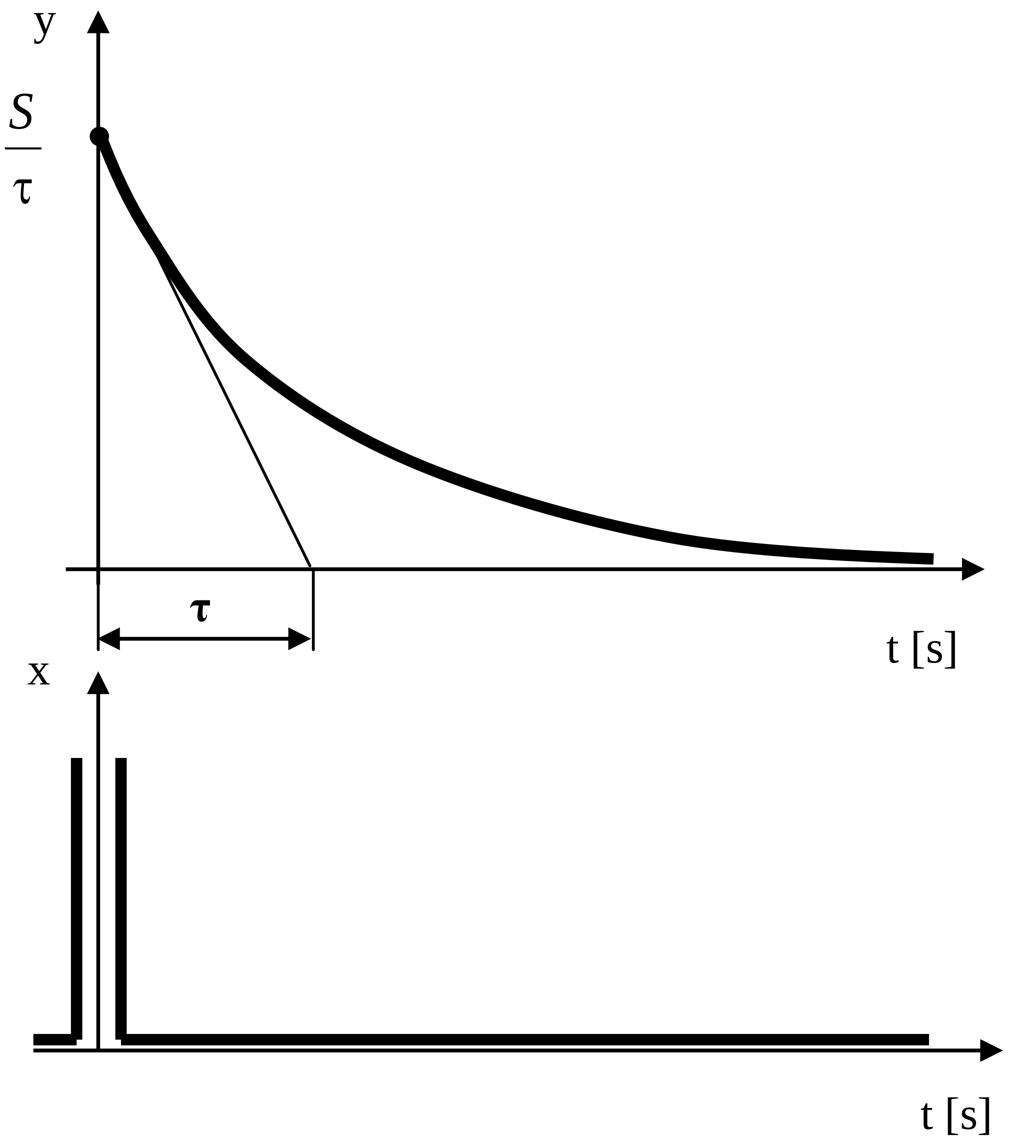
Raspunsul sistemului de ord. 1 la un semnal de intrare – *impuls unitar*

$$U(s) = \mathcal{L}\{U(t)\} = 1$$

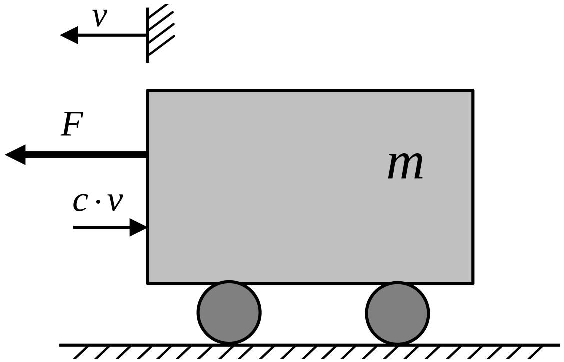
$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot 1\right\} = S \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1/\tau}{s + 1/\tau}\right\} = S \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

Tabela cu functii inverse Laplace

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{k}{s+a}\right\} = k \cdot e^{-at}$$


y
S
τ
τ
t [s]
x
t [s]

Exemplu de calcul



$$m = 40\ kg$$

$$c = 20\ N \cdot s/m$$

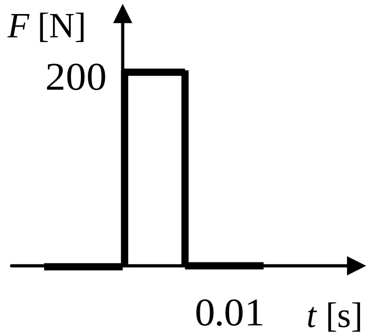
Semnalul de intrare:
- $200\,N$
- Impuls durata - $0.01s$

$$m \cdot \frac{dv}{dt} + cv = F$$

$$G(s) = \frac{V(s)}{F(s)} = \frac{1}{sm + c} = \frac{1/c}{\frac{m}{c} \cdot s + 1} = \frac{S}{\tau s + 1}$$

$$\tau = \frac{m}{c} = \frac{40}{20} = 2\,s$$

Durata acţiunii impulsului faţă de constanta de timp a sistemului este cu mult mai mică, astfel că semnalul de intrare se aproximează cu un impuls de arie $200 \cdot 0.01 = 2\,[Ns]$



$$u(t) = 2\delta(t)\,[Ns]$$

$$v(t) = \frac{2}{m} \cdot e^{-c \cdot \frac{t}{m}} = 0.05 \cdot e^{-0.5 \cdot t}$$

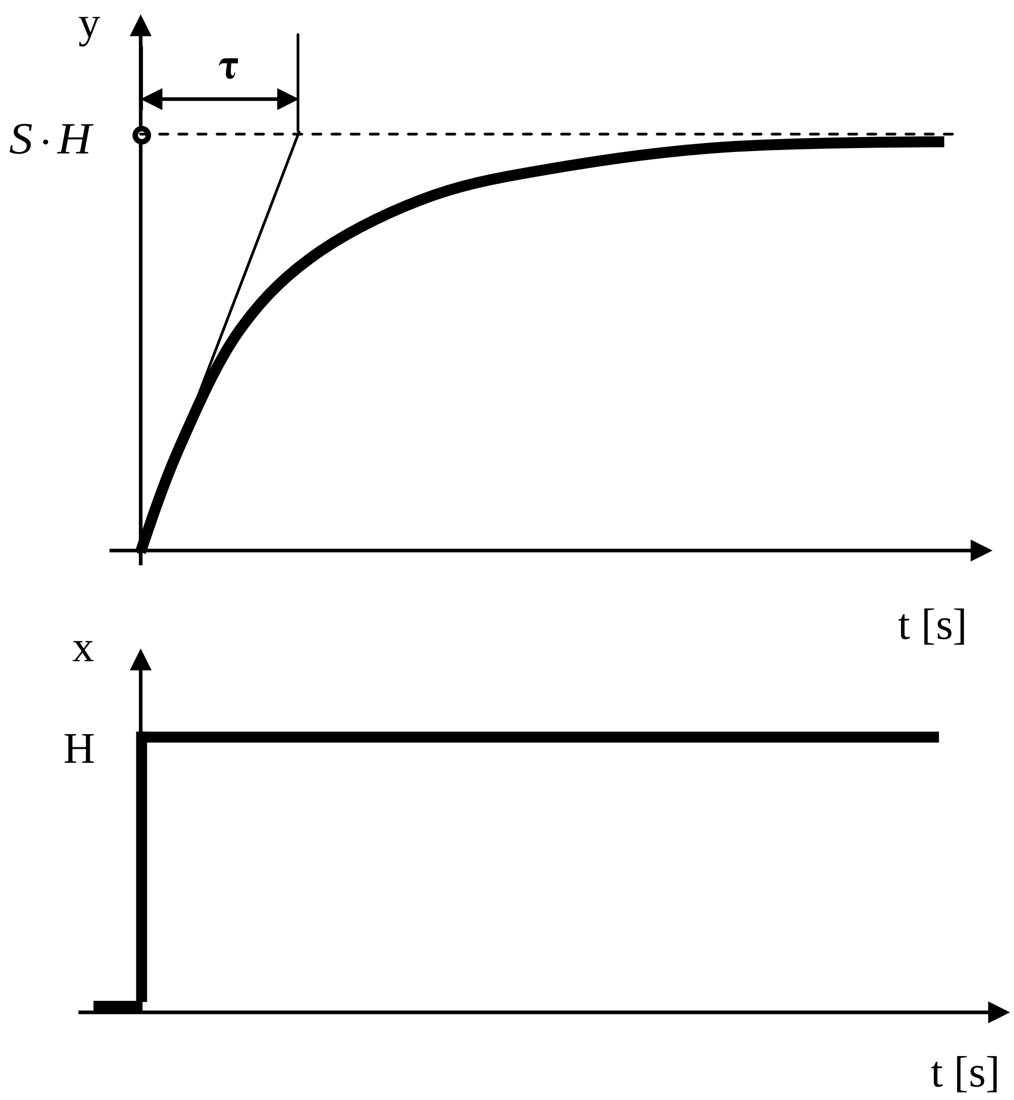
Raspunsul sistemului de ordinul 1 la semnal de intrare *de tip treapta*

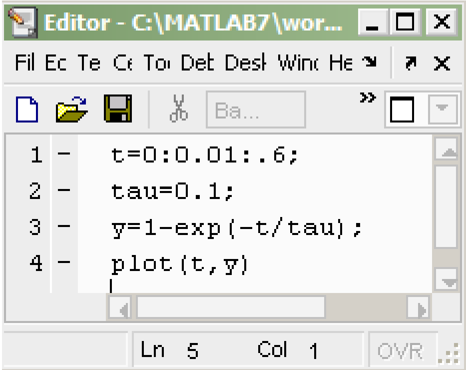
$$U(s) = \frac{H}{s}$$

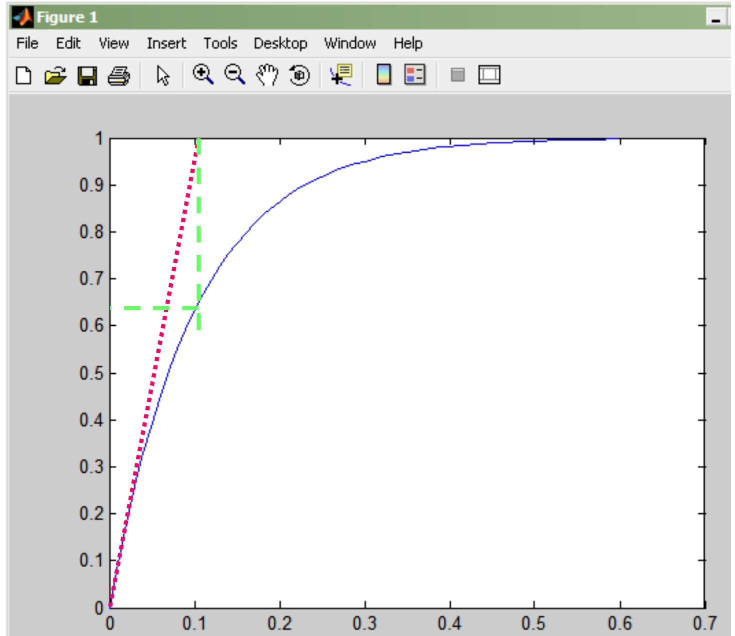
H - valoarea semnalului [H(t) = 1 defineşte semnalul treaptă unitară]

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot \frac{H}{s}\right\} = S \cdot H \cdot \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{\frac{1}{\tau}}{s(s + \frac{1}{\tau})}\right\} = S \cdot H \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$y_{st} = S \cdot H$$ Valoarea de regim stabilizat: t $\longrightarrow \infty$

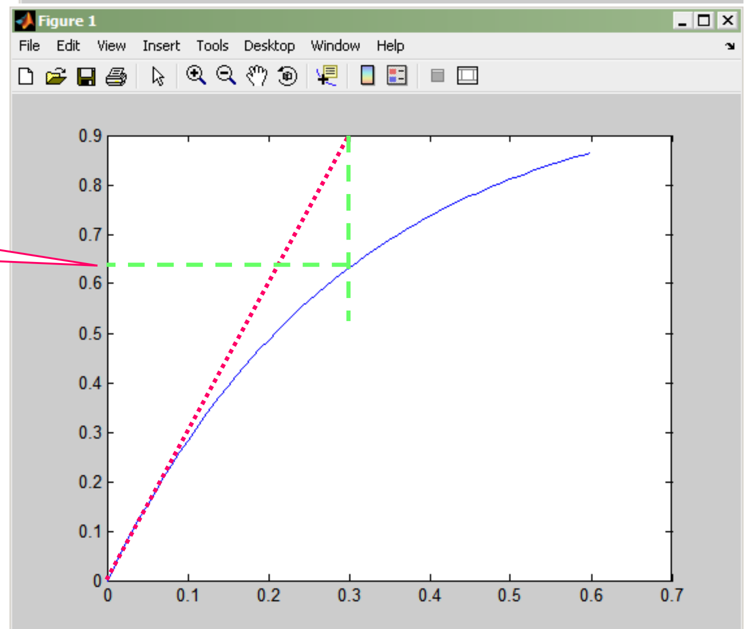

y
τ
S · H
t [s]
x
H
t [s]





$\tau = 0.1$ s

0.63



$\tau = 0.3$ s

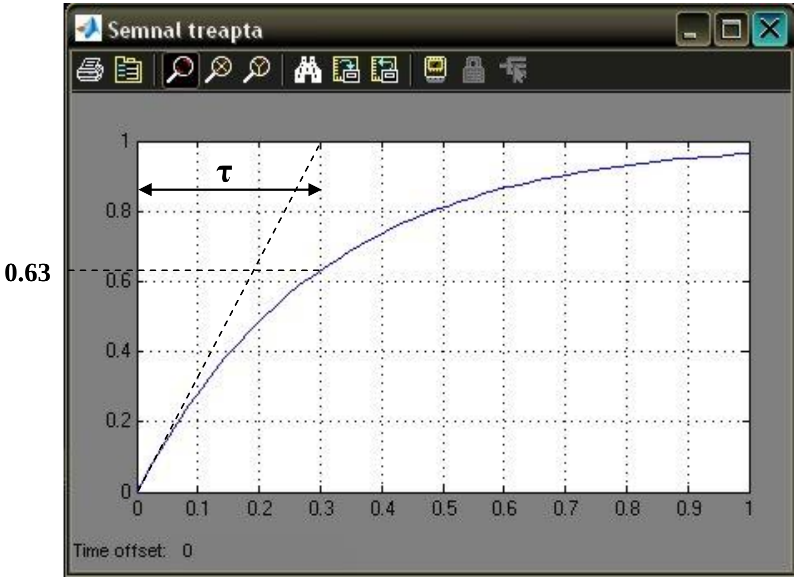
Raspunsul sistemului de ordinul 1 la semnal de intrare *de tip rampa unitara*

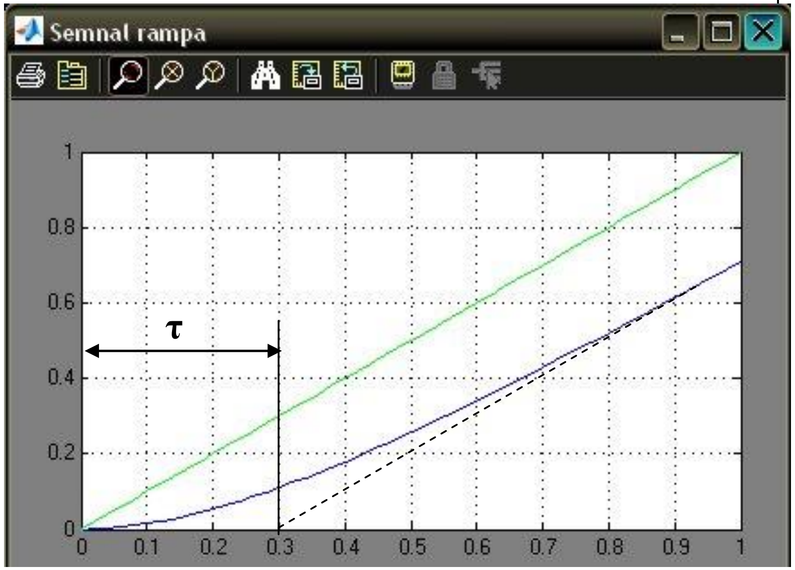
$$U(s)=\frac{1}{s^2}$$

$$Y(s)=G(s)\cdot U(s)=\frac{S}{\tau s+1}\cdot\frac{1}{s^2}$$

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}\left(Y(s)\right)=\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{S}{\tau s+1}\cdot\frac{1}{s^2}\right)=S\cdot\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{-\tau}{s}+\frac{1}{s^2}+\frac{\tau}{s+\frac{1}{\tau}}\right)=$$

$$=S\cdot\left[\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{-\tau}{s}\right)+\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s^2}\right)+\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{\tau}{s+\frac{1}{\tau}}\right)\right]=S\cdot\left[t-\tau\cdot\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)\right]$$





Raspunsul elementului senzorial la semnal treapta

Raspunsul elementului senzorial la semnal rampa

Exemple de calcul

Funcţia de transfer a unui senzor de temperatură este dată de relaţia:

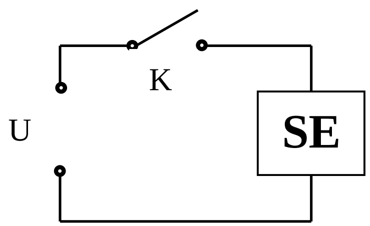
$$G(s) = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20s + 1} \ [V/^{0}C]$$

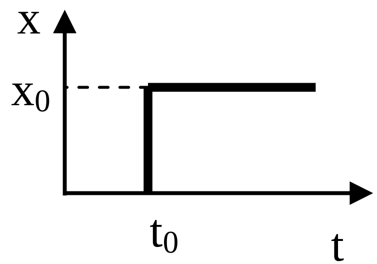
Se cere să se determine răspunsul elementului senzorial dacă este introdus într-un vas cu apă aflată la 100 ^{0}C.

$$U(s) = G(s) \cdot INTRARE(s) = \frac{40 \cdot 10^{-6}}{20s + 1} \cdot \frac{100}{s} = \frac{2 \cdot 10^{-4}}{s(s + 0.05)}$$

$$u(t) = 40 \cdot 10^{-4} \left(1 - e^{-0.05t}\right)$$

Un sistem electric are la borne o tensiune de U = 2 V dacă se acţionează întrerupătorul K.
Care este transformata Laplace a acestui semnal de intrare ?





$$x(t) = \begin{cases} = 0, & pt.\ t \le t_0 \\ = x_0, & pt.\ t > t_0 \end{cases}$$

Semnalul de ieşire al unui sistem se calculează în general prin:

$$IESIRE(s) = G \times INTRARE(s)$$

Dacă acest semnal este de forma: $Y(s) = \frac{1}{s+4}$ care este modul de reprezentare în timp ?

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1}(Y(s)) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s+4}\right) = e^{-4t}$$

Care este valoarea semanlului la momentele : t = 0 ; 1 ; 2 ; s

$$e = 2.7183$$

t [s]	0	1	2
e^{-4t}	$e^{-4\cdot 0} = e^{0} = 1$	$e^{-4\cdot 1} = e^{-4} = \frac{1}{e^{4}} = \frac{1}{54.5} = 0.0183$	$e^{-4\cdot 2} = \frac{1}{e^{8}} = \frac{1}{2980.958} = 0.0003$

$$G(s)=\frac{1}{s+2}$$

Care este răspunsul sistemului la un semnal de intrare de tip treaptă unitară ?

$$IESIRE(s)=G\times INTRARE(s)=$$

$$=\frac{1}{s+2}\times\frac{1}{s}=\frac{1}{s(s+2)}$$

$$\frac{1}{s(s+2)}=\frac{A}{s}+\frac{B}{s+2}$$

$$A=s\times\frac{1}{s(s+2)}\bigg|_{s=0}=\frac{1}{2}$$

$$B=(s+2)\times\frac{1}{s(s+2)}\bigg|_{s=-2}=-\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{s(s+2)}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}\right)$$

$$y(t)=\mathcal{L}^{-1}(Y(s))=\frac{1}{2}\times\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{s}-\frac{1}{s+2}\right)=........$$

?

$$\mathcal{L}^{-1}\left(\frac{a}{s(s+a)}\right)=1-e^{-at}$$

$$\frac{1}{s(s+2)}=\frac{1}{2}\times\frac{2}{s(s+2)}$$

$$y(t)=\frac{1}{2}\times\left(1-e^{-2t}\right)$$

$$G(s) = \frac{3}{2s+1}$$

$$S = 2\ UMy / UMx$$

$$\tau = 2\,s$$

$$t_{10} = \tau(\ln 10 - \ln 9) = 2 \times \left(2.3025 - 2.1972\right) = 0.2107s$$

$$t_{90} = \tau \ln 10 = 2 \times 2.3025 = 4.605$$

$$t_c = 4.605 - 0.2107 = 4.3943s$$