

1. dinamica

1.1. Introducere

O clasificare a sistemelor de acționare electrică ia în considerare numărul de motoare raportate la sarcina de acționat:

- *sistem de acționare în linie* – reprezintă cea mai veche variantă. Sistemul are la bază un singur motor și mai multe sarcini de lucru ML. Varianta este cu o flexibilitate extrem de redusă (fig....);

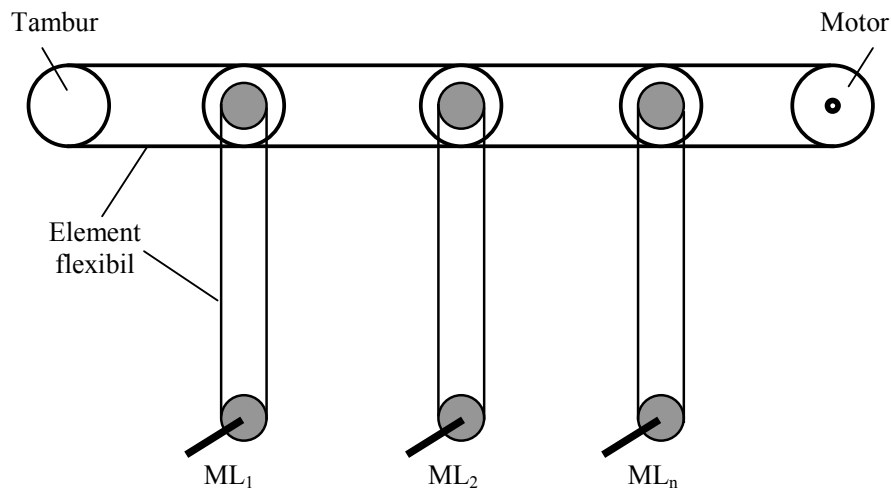
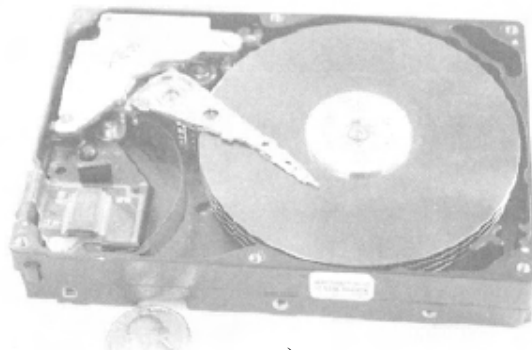


Fig. 1.1 Sistem de acționare în linie

- *sistem de acționare motor unic – sarcină unică*. Sistemul constă practic dintr-un motor unic care antrenează o singură sarcină. Este cazul majoritar al sistemelor de acționare actuale (fig....). Hard-discul unui sistem de calcul sau vehiculul pentru terenul de golf sunt doar două exemple din multitudinea de aplicații.

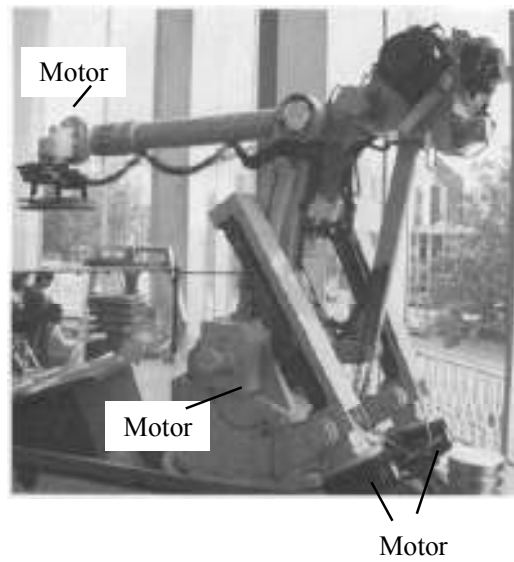
- *sistem multimotor*. În acest caz un număr de motoare intră în componența unui sistem cu scopul de a antrena o sarcină unică. Este cazul sistemelor complexe: roboți mobili, aviație, roboți industriali etc. (fig...).



a)



b)

Fig. 1.2 Sistem de acționare cu motor unic**Fig. 1.3 Sistem multimotor**

1.2. Caracteristica statică

1.2.1. Introducere

Schema principală a unui sistem de acționare electrică este prezentată în figura ...Sistemul se bazează pe un motor de acționare și are ca scop realizarea unui proces tehnologic pe baza mașinii de lucru ML.

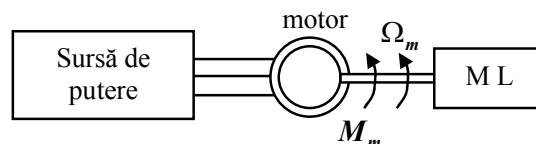


Fig. 1.4 Schema principală a unui sistem de acționare electrică

Dependența realizată între parametrii dinamici reduși ai unei mașini și parametrii cinematici sau poziționali ai elementului de reducere se numește caracteristica mecanică a mașinii respective.

Dupa natura parametrului dinamic redus, o forță " F " sau un moment " M ", parametrul cinematic al elementului de reducere va fi viteza de translație " v " sau viteza unghiulară " ω ". In același timp parametrul pozițional va fi o deplasare liniară " s " sau una unghiulară " Θ ".

Caracteristicile mecanice din categoria $F = F(v)$ sau $F = F(s)$ sunt specifice mașinilor cu element de reducere în mișcare de translație. Caracteristicile mecanice $M = M(\omega)$ sau $M = M(\Theta)$ sunt specifice mașinilor cu elementul de reducere în mișcare de rotație.

1.2.2. Caracteristica mecanică motoare

În cadrul unui sistem de acționare din partea unui motor electric rotativ se solicită un anumit cuplu " M_m " la o anumită viteză unghiulară " ω " a rotorului (elementul de reducere). Dependența $M_m = M_m(\omega)$ reprezintă caracteristica mecanică motoare (c.m.m.) a mașinii electrice de acționare.

Caracteristicile mecanice ale unui motor electric de acționare se pot clasifica în:

- c.m.m. statică naturală
- c.m.m. statică artificială
- c.m.m. dinamică.

Caracteristicile mecanice statice reprezintă dependențele $M_m = M_m(\omega)$ la o funcționare în regim stabilizat ($\omega = ct.$).

Caracteristica mecanică statică naturală se obține când la bornele de alimentare a mașinii electrice de acționare se aplică tensiunea nominală (valoare, frecvență și forma de variație în timp) iar în circuitul mașinii nu se găsesc intercalate alte elemente de circuit (reostate, bobine, condensatoare). Toate caracteristicile în regim stabilizat definite în alte condiții decât cele specificate anterior, se numesc caracteristici mecanice motoare artificiale (de ex. prin aplicarea unei alte tensiuni de alimentare

decât cea nominală).

Caracteristica mecanică dinamică a unei mașini de acționare reprezintă totalitatea punctelor de funcționare definite prin valorile momentane ale coordonatelor (M, ω) în timpul unui proces tranzitoriu.

În figura se prezintă caracteristicile mecanice statice pentru o serie de mașini electrice de acționare:

- curba "a" caracteristica mecanică absolut rigidă specifică mașinii sincrone;
- curba "b" caracteristica mecanică rigidă specifică m.c.c cu excitație paralelă sau separată, motorul asincron în zona uzuală de funcționare.
- curba "c" caracteristica mecanică moale specifică m.c.c. cu excitație serie.

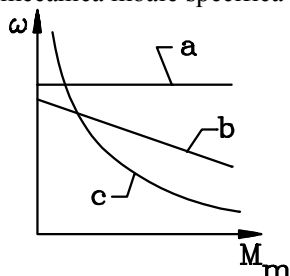


Fig. 1.5 Caracteristici mecanice statice

În cazul mașinii sincrone caracteristica "a" nu permite o apreciere a posibilităților de încărcare. Din acest motiv pentru aceste mașini se oferă caracteristica unghiulară $M = M(\varphi)$ unde unghiul φ este intern sau unghiul de sarcină (fig.....).

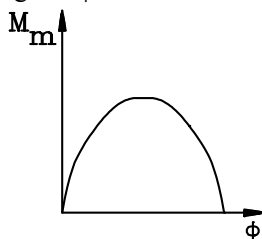


Fig. 1.6 Caracteristica unghiulară a motorului sincron

Caracteristica mecanică statică $M = M(\theta)$ pentru un m.p.p. și caracteristica dinamică $M = M(f)$ ($f = \text{frecvența} = \frac{\text{pasi}}{\text{sec}}$) este prezentată în figura

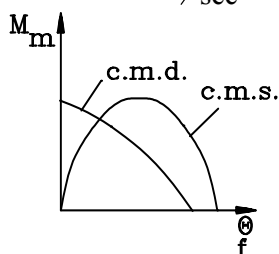


Fig. 1.7 Caracteristici mecanice statice pentru un motor pas cu pas

Pentru motoarele electrice liniare caracteristica mecanică motoare este definită de dependența $F = F(s)$ prezentată în figura (s - are semnificația de alunecare).

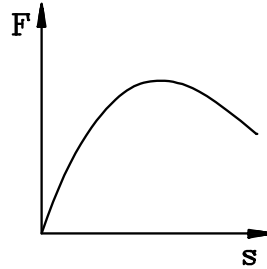


Fig. 1.8 Caracteristica motorului liniar

În cazul electromagneților caracteristica mecanică motoare statică definește dependența forța (F) - cursa armăturii (δ) (sau moment M - cursa unghiulară α) pentru poziții imobile ale acestora (fig.....) (a - caracteristica electromagnetului proporțional; b - caracteristica mecanică statică pentru electromagnet obișnuit; c - caracteristica dinamică). Aceleași dependențe ridicate în cazul mișcării rapide a armăturii, formează caracteristicile dinamice (în timpul stărilor tranzitorii când întrefierul și deci și inductivitatea circuitului se modifică).

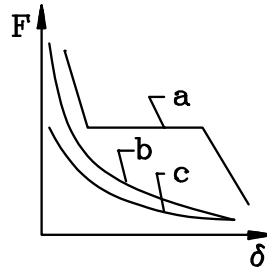


Fig. 1.9 Caracteristicile electromagneților

1.2.3. Caracteristica mecanică rezistentă

Dacă dependențele specificate anterior se referă la mașina de lucru, în speță elementul mobil al cuplei cinematice conducătoare din structura unui robot industrial, spunem că avem caracteristica mecanică rezistentă. Parametrul cinematic ω (sau Ω) și cel pozițional θ se referă la elementul de reducere considerat ca fiind rotorul motorului electric.

Într-o formă generalizată cuplul rezistent introdus de o sarcină se poate exprima printr-o relație:

$$M_r = C \cdot M_m \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^K \quad (1.1)$$

unde: C este o constantă de proporționalitate; M_r este cuplul rezistent introdus de sarcină la viteza nominală Ω_n ; Ω este viteza de lucru; K este un coeficient

reprezentând dependența cuplului de viteză. Se poate preciza astfel că pentru mașinile și mecanismele de lucru (ML) caracteristicile mecanice pot fi de aceeași formă calitativă.

Relația anterioară (...) poate prezenta și o formă dezvoltată prin luarea în considerare a cuplului rezistent de mers în gol și care este determinat în principal de frecările existente:

$$M_r = M_{r0} + (M_{rn} - M_{r0}) \cdot \left(\frac{\Omega}{\Omega_n} \right)^K \quad (1.2)$$

Puterea mecanică necesară antrenării sarcinii se poate exprima sub forma generalizată:

$$P = M\Omega \quad (1.3)$$

unde viteza unghiulară este:

$$\Omega = \frac{2\pi \cdot n}{60} \text{ [rad / s]} \quad (1.4)$$

pentru turația n [rot / min]. Caracteristici reprezentative sunt prezentate în figurile:

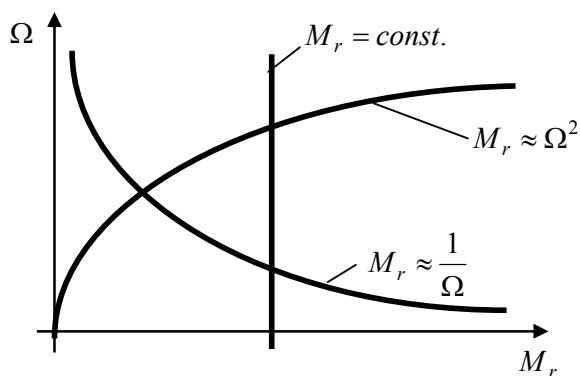


Fig. 1.10 Caracteristici statice rezistente

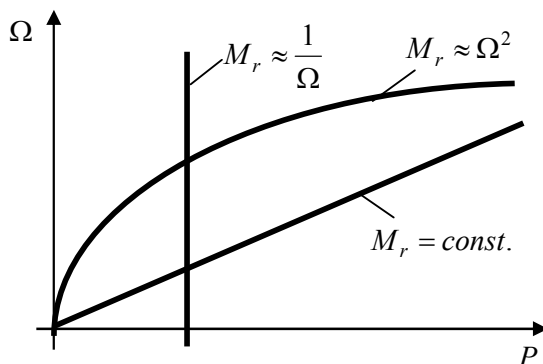


Fig. 1.11 Caracteristici ale puterii necesare

- a) caracteristica pentru cuplu independent de viteză ($K = 1; C = 1$). Puterea este în acest caz dependentă liniar de viteză. Ca exemplu specific pentru această categorie se pot aminti mecanismele de ridicare ale podurilor rulante. În timpul coborârii sau ridicării, greutatea la cârlig rămâne aceeași. Se includ de asemenea în această categorie benzile de transport cu încărcare constantă.

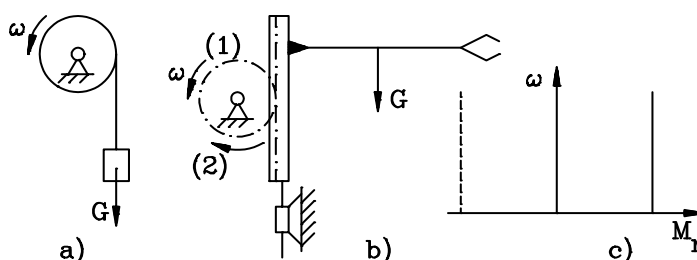


Fig. 1.12 Caracteristică statică rezistentă

- b) caracteristica pentru cuplu dependent liniar de viteză ($K = 1$). Puterea are în acest caz (conform rel....) o dependență pătratică de viteză.
- c) caracteristica pentru cuplu dependent de pătratul vitezei ($K = 2$). În acest caz, puterea este proporțională cu viteza la puterea a 3-a. Sarcini specifice acestui caz se pot aminti: pompe centrifugale; propulsoare etc.
- d) caracteristica pentru cuplu invers proporțional cu viteza ($K = -1$). Puterea este în acest caz independentă de viteză. Sarcini specifice: strunguri, mașini de frezat, mașini de găurit etc.

Aționarea mașinilor unelte din procesele de prelucrare clasice au în vedere tehnologia specifică fiecărui caz în parte. În figurase prezintă un astfel de caz pentru prelucrarea prin așchiere a unei piese.

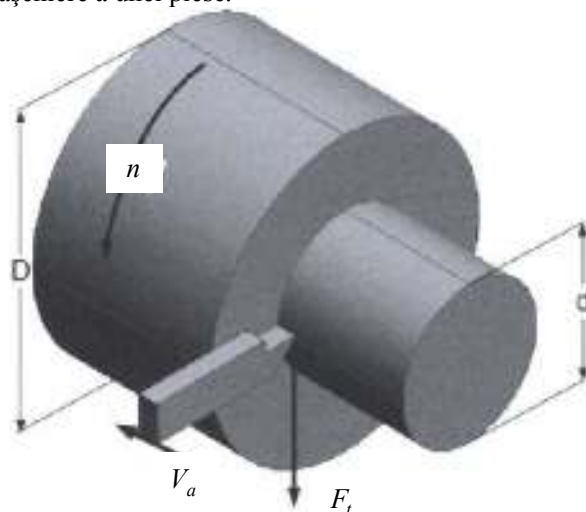


Fig. 1.13 Forța în procesul de așchiere

Piesa de prelucrat se rotește cu viteza de rotație $n[\text{rot}/\text{min}]$ iar scula de prelucrat se deplasează axial cu viteza V_a . Semifabricatul are diametrul D iar piesa după prelucrare are diametrul d . În zona de prelucrare se dezvoltă forța tangențială F_t . Principalii parametri ai procesului de prelucrare sunt :

- Forța tangențială F_t ;
- Viteza periferică $V_c = \pi \cdot D \cdot N$.

Forța tangențială poate fi determinată din cunoașterea procesului de prelucrare:

$$F_t = \frac{KV_a \cdot (D-d)}{2} \quad (1.5)$$

unde K - este forța specifică de prelucrat care depinde de materialele implicate și de o serie de alți parametri (de exemplu de unghiul de așchiere).

Puterea necesară pentru motorul de antrenare se poate calcula în aceste condiții ca fiind:

$$P = F_t \cdot V_c \quad (1.6)$$

În cazul unei operații de frezare frontală puterea necesară pentru antrenarea sculei se poate estima la valoarea (fig...):

$$P = \frac{d \cdot V_a \cdot W_c}{R_p} \quad (1.7)$$

unde R_p este cantitatea de material eliminată prin prelucrare. Valori de referință pentru câteva materiale sunt prezentate în tabelul ...

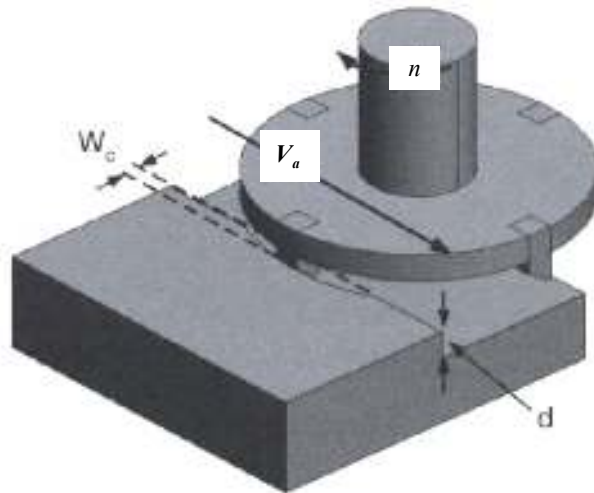


Fig. 1.14 Forțele în procesul de frezare

Tabelul 1.1

Material	Viteza de prelucrare V_c m / min	Forța specifică de prelucrat K	Cantitatea de material eliminat R_p [$\frac{m^3}{\text{min} \cdot KW}$]
Oțel cu carbon redus	90 – 150	2200	25
Fontă	60 – 90	1300	35
Aluminiu	230 – 730	900	80

Un alt exemplu se referă la mașinile pentru înfășurat hârtie, tablă, pentru bobinat etc. Procesul tehnologic din aceste cazuri impune ca viteza liniară de înfășurare și forța de întindere a produsului (F_r) să fie constante. Trebuie avut în vedere și faptul că diametrul tamburului crește pe durata înfășurării (fig.....). Ca urmare viteza unghiulară a tamburului trebuie să scadă :

$$\Omega = \frac{2v}{D} \quad (1.8)$$

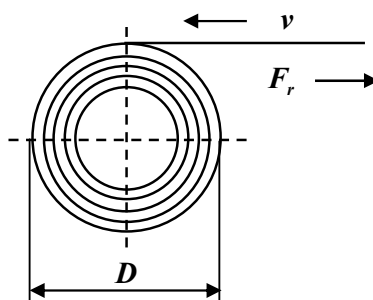


Fig. 1.15 Tambur cu diametru variabil

Momentul rezistent devine în acest caz :

$$M_r = \frac{1}{2} D F_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{2v}{\Omega} F_r = \frac{F_r \cdot v}{\Omega} \quad (1.9)$$

O altă grupă de mașini și mecanisme de lucru produc un cuplu rezistent dependent de unghiul de rotație al arborelui motor. Se includ în această categorie ML cu mecanism bielă manivelă : pompele și compresoarele cu piston, foarfecile de tăiat tablă, presele mecanice etc. Se includ în acest caz și cazuri de acționare din unele cuple cinematice ale roboților industriali.

1.2.3.1. Caracteristica rezistentă pentru ML cu mecanism bielă manivelă

Cuplul rezistent al mecanismului de lucru raportat la cupla cinematică de rotație A este (fig.....):

$$M_R = F_{Bt} \cdot R \quad (1.10)$$

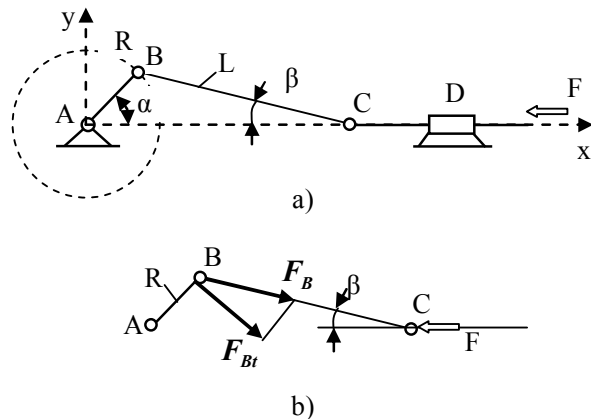


Fig. 1.16 ML cu mecanism bielă manivelă

Având în vedere că $F_B = F \cos \beta$ se determină că:

$$F_{Bt} = F_B \cdot \sin(\beta + \alpha) = F \cdot \sin(\beta + \alpha) \cdot \cos \beta \quad (1.11)$$

$$M_R = FR \cdot \sin(\alpha + \beta) \cdot \cos \beta \quad (1.12)$$

Din geometria mecanismului se determină o relație de legătură între parametrii geometrici ai acestuia:

$$R \sin \alpha = L \sin \beta \quad (1.13)$$

În acest caz relația (.....) devine:

$$M_R = F \cdot R \cdot f(\alpha, R, L) \quad (1.14)$$

Pentru $R/L < 1/5$ se poate admite că $\beta \approx 0$ și astfel :

$$M_R = FR \sin \alpha \quad (1.15)$$

1.2.3.2. Caracteristica rezistentă pentru acțiunile unor cuple cinematice conducătoare ale roboților

1.2.3.2.1. Introducere

Robotica oferă un câmp vast pentru diversele variante de soluții principiale realizate. Astfel, roboții industriali, roboții mobili, roboții pășitori, etc. au în dotare sisteme de acționare sub diverse forme de realizare.

Roboții industriali au structura formată din:

- Dispozitivul de ghidare
- Mecanismul generator de traiectorie
- Mecanismul de orientare

- Efectorul final
- Dispozitiv de prehensiune
- Sculă
- Dispozitiv de forță

Mecanismul generator de traiectorie este format din cuple cinematice conducătoare și are rolul de a asigura deplasarea punctului caracteristic dintr-o poziție inițială într-o poziție finală în conformitate o lege de mișcare și o funcție de comandă.

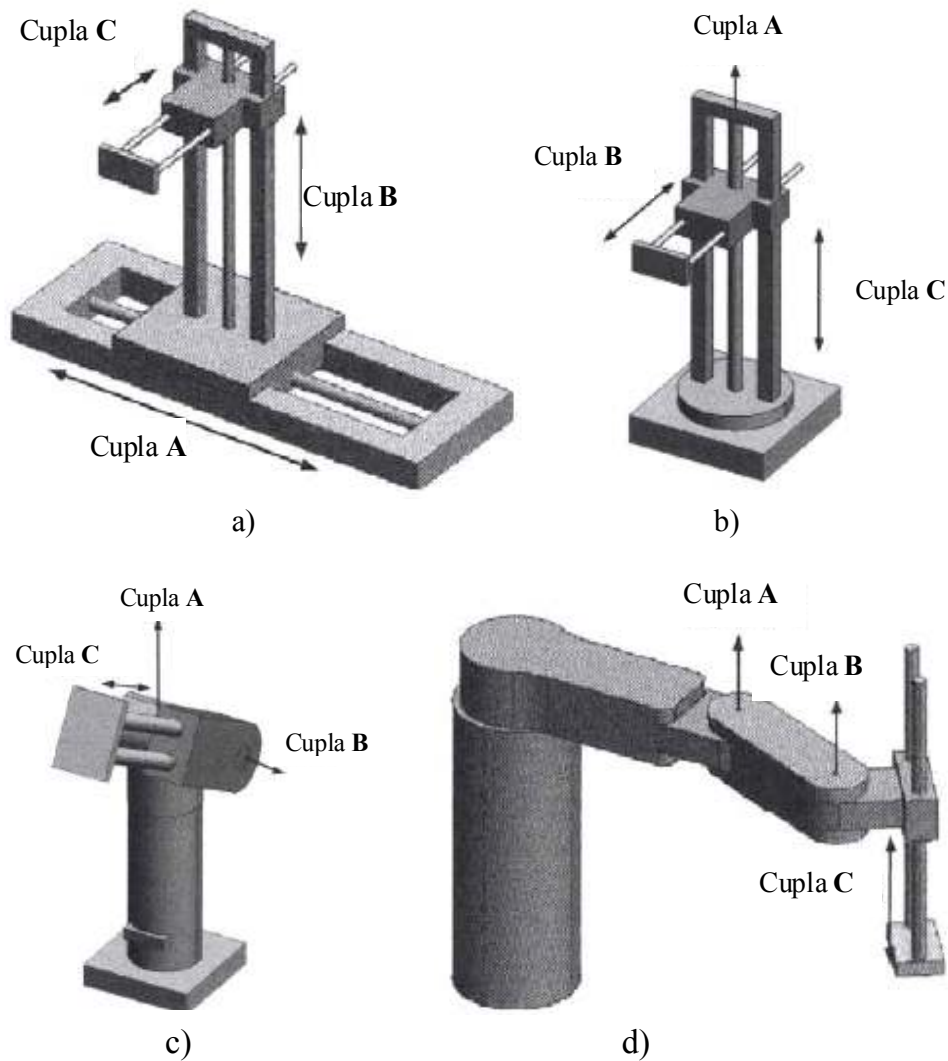


Fig. 1.17 Mecanisme generatoare de traiectorie și cuplele cinematice conducătoare componente

Mecanismul de orientare este format din cuple cinematice de rotație. În componența unui astfel de mecanism sistemul de acționare are rolul de a orienta o

dreaptă caracteristică în spațiu. În figurase prezintă soluția principală a unui astfel de mecanism.

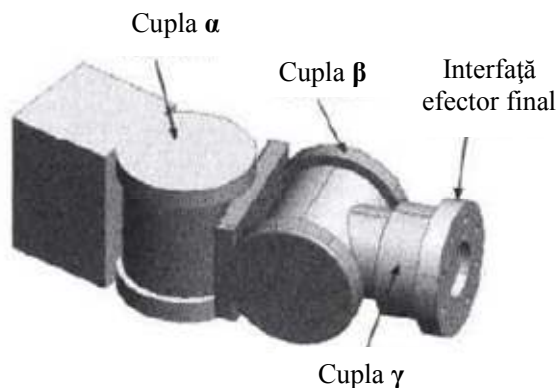


Fig. 1.18 Mecanismul de orientare

Fie lanțul cinematic deschis ce stă la baza dispozitivului de ghidare al unui robot industrial (fig...). Asupra efectorului final va acționa torsorul (\bar{F}, \bar{M}) corespunzător forței tehnologice efectuate, a greutății pieselor manipulate, a greutății capului de forță manipulat. Fiecare element "i" este încărcat cu forțele gravitaționale G_i .

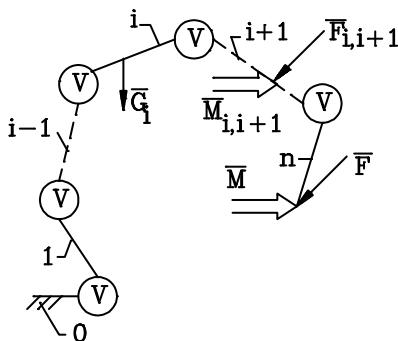


Fig. 1.19 Forțele exterioare ce încarcă un lanț cinematic deschis

Pentru cupla cinematică conducătoare $(i-1, i)$ momentul rezistent se compune din componenta gravitațională a lanțului cinematic (i, n) , din componenta tehnologică, din componenta de frecare și de inerție.

Momentul rezistent poate avea un caracter potențial sau reactiv.

1.2.3.2.2. Caracteristica rezistentă datorată forțelor gravitaționale

Momentele rezistente potențiale (de ex. componenta gravitațională, componenta elastică de deformare) își mențin sensul independent de cel al mișcării. Aceste cupluri au pe anumite porțiuni ale cursei un caracter motor.

Daca se consideră elementul "i" raportat unui sistem de coordonate $O_i x_i y_i z_i$

atunci forța gravitațională ce încarcă acest element (concentrată în centrul de greutate C_i) este (fig.....):

$$[G_i] = [0 \quad 0 \quad -m_i g]^T \quad (1.16)$$

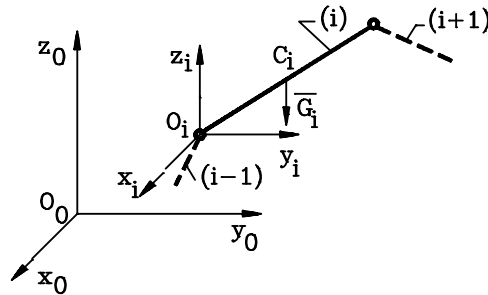


Fig. 1.20 Forța gravitațională pe elementul (i)

Momentul rezistent al acestei forțe față de cupla O_i – aferentă elementului de reducere - va fi:

$$\overline{M_{O_i, i}} = \overline{r_{C_i}} \times \overline{G_i} \quad (1.17)$$

Exemplu de calcul al momentului rezistent datorat forțelor gravitaționale

Se consideră mecanismul generator de traiectorie al unui RI cu două grade de mobilitate, reprezentat în figura, având lungimile elementelor $2l_1$ și $2l_2$.

Masele celor două elemente m_1 și m_2 se cunosc sau se estimează pornind de la o masă specifică pe unitatea de lungime.

În conformitate cu cele prezentate anterior, momentul rezistent, în cupla cinematică conducătoare O_1 , datorat forțelor gravitaționale se exprimă prin relația:

$$M_{rg} = -[G_1 l_1 \cos \varphi_1 + G_2 \cdot (2l_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \varphi_2)] \quad (1.18)$$

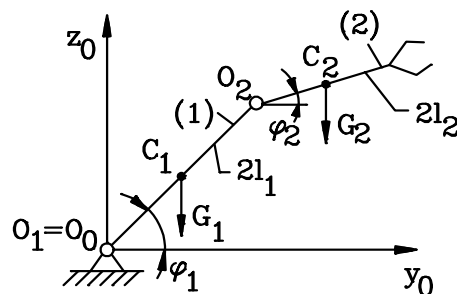


Fig. 1.21 Mecanism generator de traiectorie și parametri de calcul

Cazul roboților SCARA

Mecanismul generator de traiectorie al roboților de tip SCARA (fig.....17) are o structură formată din cuple cinematice conducătoare de rotație iar elementele acestor

cuple execută mișcare de rotație în plan orizontal. Pentru cupla cinematică conducătoare din figura forța gravitațională a elementelor componente nu produce cuplu rezistent față de axa de rotație (vezi structura roboților industriali SCARA). În acest caz momentul rezistent în cupla cinematică se datorează forțelor de frecare.

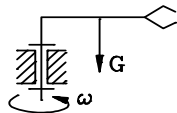


Fig. 1.22 Cupla conducătoare de rotație într-o structură SCARA

1.2.3.2.3. Caracteristica rezistență de tip reactiv

Momentele rezistente reactive (de ex. forțele de frecare uscată sau vâscoasă) provoacă întotdeauna un efect de frânare acționând în sens opus mișcării.

Momentele de frecare uscată au modulul constant dependent de coeficientul de frecare " μ " dintre piesele aflate în contact ecuația de definiție fiind:

$$M_{rf} = |M_{rf}| \cdot \text{sign} \omega \quad (1.19)$$

La valori reduse ale vitezei sau la pornire, caracteristica mecanică rezistentă datorată acestor forțe se abate de la linia dreaptă (zona "a" fig.....).

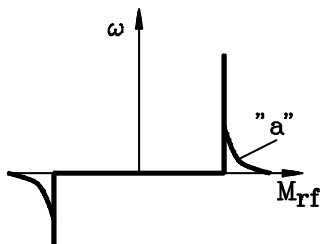


Fig. 1.23 Caracteristica forțelor de frecare

În unele cazuri (dependente de regimul de ungere dintre piesele aflate în contact) momentele de frecare se pot considera dependente de viteză (fig.....).

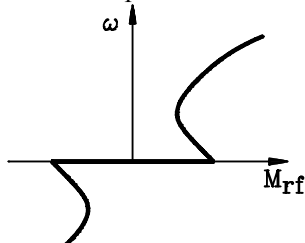


Fig. 1.24 Dependența frecării de viteză

Momentele de frecare vâscoasă au o dependență liniară de viteză (fig...), ecuația caracteristică având expresia:

$$M_{rf,v} = \beta \cdot \omega \quad (1.20)$$

unde " β " este un coeficient de proporționalitate.

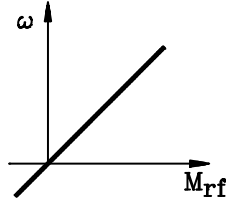


Fig. 1.25 Momentul forțelor de frecare vâscoasă

Pentru servomotoarele electrice de acționare, momentul rezistent datorat frecării constituie o informație de catalog. Valoarea acestui moment rezistent (componenta statică și vâscoasă) are expresia :

$$M_{rf} = M_{fs} + K_V \cdot n \cdot 10^{-3} \quad [\text{Ncm}] \quad (1.21)$$

(iar caracteristica mecanică rezistentă este prezentată în figura) unde: M_{fs} este momentul de frecare statică (din rulmenți); K_V este constanta de amortizare vâscoasă [$\text{Ncm}/10^3 \text{ min}^{-1}$]; n este turația arborelui [rot/min].

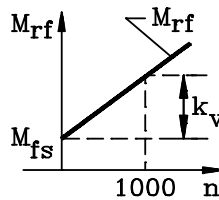


Fig. 1.26 Momentul de frecare pentru servomotoare electrice

1.2.3.3. Momentele rezistente în procesele tehnologice robotizate

Momentul rezistent al forțelor tehnologice se calculează pe considerentele specifice tehnologiilor robotizate. Este necesară o analiză atentă a diverselor posibilități de realizare a variantei de acționare.

Operațiile de îndepărtare a bavurilor de pe conturul diverselor piese are o importanță deosebită pentru rentabilitatea întreprinderilor. Variabilitatea sarcinilor (operație, dimensiune, formă etc.) impune automatizarea flexibilă a acestor operații tehnologice. Analiza modelului matematic al procesului tehnologic permite determinarea parametrilor care trebuie înregistrați pentru a se asigura reușita operației robotizate. În acest sens, expresia secțiunii transversale din cordonul de șlefuire este:

$$A = \frac{C_1 \mu R \Omega F_N - C_2}{v_f} \quad (1.22)$$

unde: c_1, c_2 - constante de material; μ - coeficient de frecare disc abraziv-piesă; R - raza discului abraziv; Ω - viteza unghiulară a discului abraziv; F_N - forța normală în punctul

de contact; v_f - viteza de deplasare a discului.

Din expresia anterioară rezultă că procesul tehnologic poate fi controlat prin trei mărimi: forța normală, viteza unghiulară a discului și viteza de deplasare a acestuia. Din acești trei parametri forța normală F_N și viteza v_f oferă posibilitățile cele mai simple și sigure pentru control. Viteza unghiulară de șlefuire se poate determina numai cu o anumită incertitudine din caracteristica mecanică a motorului de antrenare a discului. Soluțiile adoptate în realizarea acestui deziderat sunt dintre cele mai diverse. Două posibilități de prelucrare abrazivă robotizată s-au remarcat. În prima variantă robotul manipulează piesa de prelucrat iar discul abraziv este staționar. În cea de a doua variantă dispozitivul de prelucrat este manipulat de RI (prin dispozitivul de ghidare sau printr-un modul de poziționare locală) iar piesa este imobilă. În multe soluții s-a aplicat prima variantă întrucât a putut fi crescută puterea motorului de antrenare a discului (gama de variație a puterii este 11 - 56 kW). În cazul piselor masive și grele cea de a doua variantă este recomandată. Puterea servomotoarelor electrice în acest caz este între 2.9 - 3.7 kW. În ultima perioadă motoarele hidraulice tind să le înlocuiască pe cele electrice în aceste aplicații. Forța de apăsare (normală pe cordonul de șlefuire) variază în intervalul 90 - 1800 N. Această forță poate fi aplicată direct de RI prin dispozitivul sau de ghidare sau de un dispozitiv suplimentar atașat efectorului.

În figura este prezentată schema principială pentru comanda prin forță a unui RI pentru debavurare. Robotul industrial manipulează efectorul compus din capul de forță "2" (disc abraziv cu diametrul de 225 mm și lățime 1-1.75 mm, motor de antrenare) și senzorul forță / moment "5" în raport cu piesa "4" ce are bavura "3". Forța de apăsare este asigurată de RI prin dispozitivul de ghidare "1".

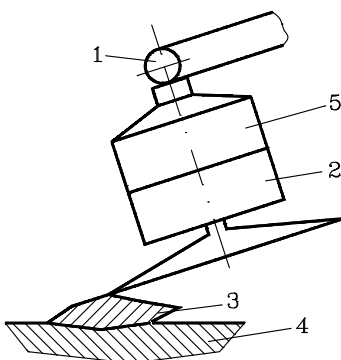


Fig. 1.27 Schema principială de utilizare a unui RI pentru debavurare

Schița principială pentru un modul de poziționare locală aflat în dotarea unui RI pentru debavurare este prezentată în figura

Modulul de poziționare locală are la bază mecanismul cu bare "2" cu două grade de mobilitate. Fiecare grad de mobilitate este prevăzut cu SA electric propriu. Sistemul de comandă "1" primește informații despre poziție și forța pe liniile "4" și "5" (de la senzorul de forță "3"). Pe modulul prezentat este poziționat capul de forță "6".

În figura se prezintă varianta de utilizare a unui RI în operația de debavurare, conlucrând cu o masă de poziționare. RI manipulează efectorul compus din capul de

forță "1" și cilindrul pneumatic "2" pentru realizarea forței de apăsare.

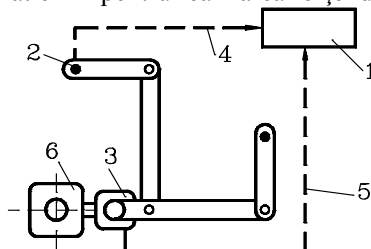


Fig. 1.28 Modul de poziționare locală pentru un RI de debavurare

Masa de poziționare "3" asigură gradele de mobilitate necesare pentru manipularea piesei. Acționarea mesei "3" se realizează pe cale electrică. Înainte de lansarea temei de proiectare a SA (și deci a RI) trebuie aleasă varianta optimă de lucru.

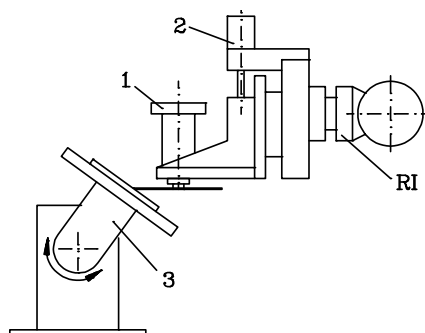


Fig. 1.29 Varianta de utilizare a unui RI în operații de debavurare

1.2.3.4. Momentele forțelor de inerție

Momentele și forțele de inerție ce acționează asupra lanțului cinematic " $i+1, \dots, n$ ", ca urmare a mișcărilor simultane din cuplele cinematice conducătoare aferente, introduc momente rezistente (sau momente motoare !!) ce trebuie echilibrate de sistemele de acționare din lanțul cinematic " $1, 2, \dots, i$ ". Calculul acestor mărimi urmează metodele specifice "Teoriei mecanismelor".

Pentru exemplificare se consideră schema cinematică a unui mecanism generator de traiectorie pentru un RI cu două grade de mobilitate (două cuple cinematice conducătoare de rotație A și B) prezentată în figura

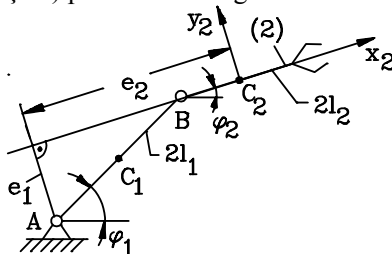


Fig. 1.30 Schema cinematică și parametrii de calcul

Cele două cuple cinematice conducătoare sunt acționate simultan (pe o anumită durată de timp) cu parametrii cinematici ω_1, ε_1 și respectiv ω_2, ε_2 . Forța de inerție dezvoltată asupra elementului "2" va avea componentele:

$$F_{i2,x} = -m_2 \omega_2^2 l_2 \quad (1.23)$$

$$F_{i2,y} = -m_2 \varepsilon_2 l_2 \quad (1.24)$$

Efectele acestei forțe asupra cuplei cinematice conducătoare A vor fi momentele rezistente:

$$M_{ri,2x1} = F_{i2,x} \cdot e_1 = F_{i2,x} \cdot 2l_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (1.25)$$

$$M_{ri,2y1} = F_{i2,y} \cdot e_2 = F_{i2,y} \cdot [l_2 + 2l_1 \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_2)] \quad (1.26)$$

care trebuie echilibrate de SA al cuplei cinematice A.

1.2.3.5. Caracteristica rezistentă pentru roboți mobile

1.2.3.5.1. Introducere

Varianta unui robot mobil cu o singură roată motoare este prezentată în figura ... Roata motoare poate fi poziționată la un unghi dorit față de sistemul de axe propriu al robotului. În acest mod robotul poate să execute și traiectorii diferite față de o dreaptă. Cele două mișcări posibile ale robotului sunt decuplate.

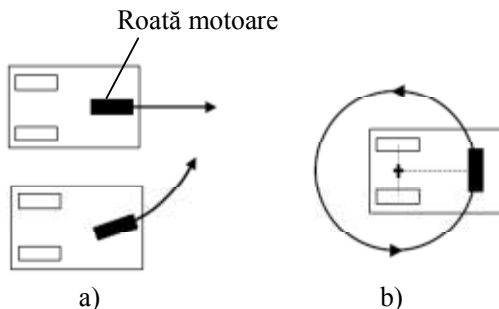


Fig. 1.31 Robot mobil cu o singură roată motoare și mișcări posibile executate

Varianta unui robot mobil cu acționare diferențială este prezentată în figura ... Robotul dispune de 2 roți motoare acționate independent. Un număr de 1-2 roți de sprijin asigură echilibrul mecanic al sistemului. Robotul poate să execute mișcări diverse în funcție de viteza liniară a fiecărei roți motoare (tabelul ...).

Tabelul 1.2

Mișcare înainte (înapoi) în linie dreaptă (fig...a)	$V_S = V_D; V_S > 0$
Mișcare în curbă la dreapta (fig....a)	$V_S > V_D$
Mișcare de rotire pe loc, în sensul acelor de ceasornic (fig...b)	$V_S = -V_D; V_S > 0$

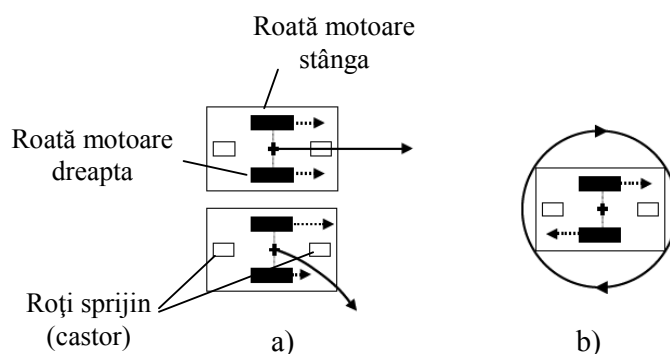


Fig. 1.32 Robot mobil cu acționare diferențială și mișcări posibile executate

Variantele constructive ale roboților mobili include și soluții orientate pentru acționare pe bază de șenile, acționare sincronă, manevrabilitate Ackermann etc. Acești roboți (cu excepția celor sincroni) au dezavantajul că nu se pot deplasa pe orice direcție. Din acest motiv se numesc neolonomi. În opoziție cu aceștia se află roboții olonomi care se pot deplasa în orice direcție (omni-direcționali).

Varianta unui robot mobil omni-direcțional este prezentată în figura

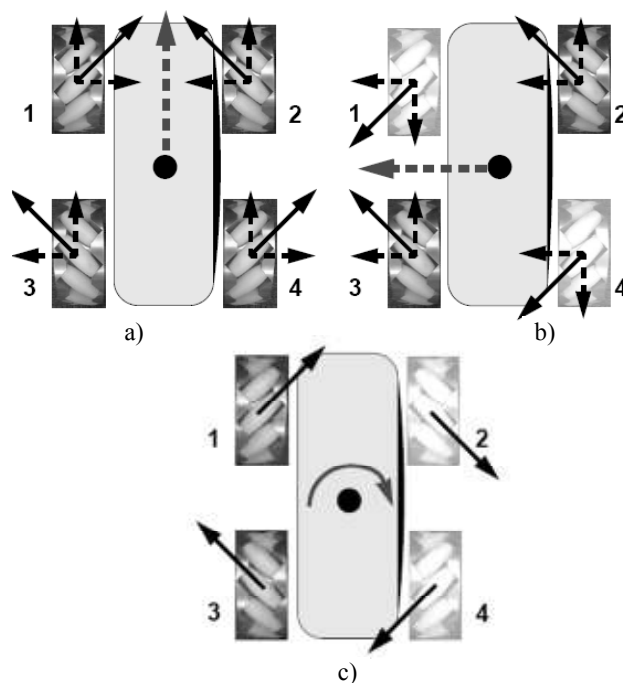


Fig. 1.33 Robot mobil omni-direcțional și mișcări posibile executate

Robotul dispune de 4 roți motoare acționate independent. Roata are suprafața de rulare de construcție specială. Acest fapt combinat cu antrenare independentă a roților permite realizarea unor mișcări pe orice direcție.

1.2.3.6. Clasificarea mașinilor de lucru pe baza variației momentului rezistent în timp

Având în vedere că procesele care fac obiectul acționării se desfășoară în timp, diagrama momentului rezistent se poate reprezenta ca o funcție de timp. Pornind de la acest aspect se poate realiza o clasificare a mașinilor de lucru după modul în care momentul rezistent depinde de timp:

- mașini de lucru cu funcționare de durată și sarcină constantă (transportoare cu element flexibil, ventilatoare cu viteză constantă etc.) ;
- mașini de lucru cu funcționare de durată și sarcină variabilă (sarcină în formă de șocuri, pulsatorie) (mașini cu mecanism bielă manivelă, laminoare etc.) ;
- mașini de lucru cu funcționare intermitentă;
- mașini de lucru cu funcționare de scurtă durată. Perioadele de pauză sunt de durată mare și mașina de acționare are timp să se răcească până la temperatura mediului ambiant.

1.3. Stabilitatea statică

1.3.1. Domeniu de funcționare și punct de funcționare

În planul (ω , M) se pot defini limitele admise pentru cuplu și viteză în cadrul sistemului analizat. Această zonă va defini *domeniul admisibil* de funcționare (fig.....). În acest sistem (ω , M) în care s-au trasat caracteristicile mecanice motoare și rezistente, regimul de funcționare staționar pentru SA corespunde punctului A de intersecție al celor două caracteristici (fig.....). Punctul A trebuie să îndeplinească următoarele condiții:

- să fie un punct real de funcționare, adică să corespundă unui set de valori (ω , M) care să asigure o funcționare sigură și corectă tehnologic, mecanic etc. și să aparțină domeniului admisibil.

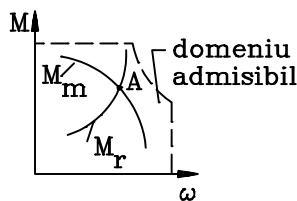


Fig. 1.34 Punctul de funcționare

Procesele tehnologice robotizate impun realizarea mai multor puncte de funcționare (de ex.: RI va avea o caracteristică mecanică rezistentă pe parcursul fazei de alimentare cu un semifabricat a unei mașini unelte și o alta fără piesa prehensată; RI pentru sudură va avea o caracteristică mecanică motoare de-a lungul cordonului de sudură și alta între două cordoane de sudură etc.), uneori discrete, altele acoperind un întreg domeniu din planul (ω , M) (fig.). În acest scop fie că se modifică în mod corespunzător caracteristica mecanică motoare (fig.a) sau cea rezistentă (fig.b) fie ambele (fig.c). Procedul prin care se modifică caracteristica mecanică motoare se numește reglarea vitezei motorului.

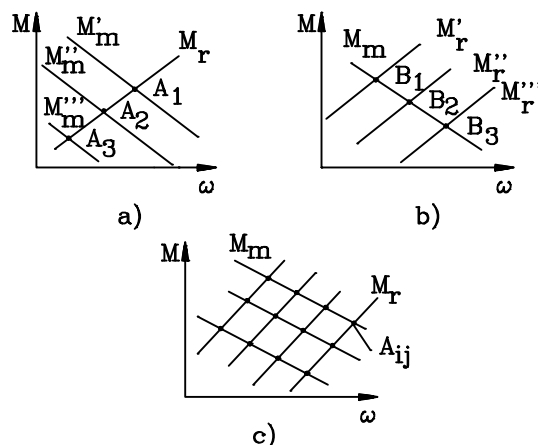


Fig. 1.35 Punete de funcționare multiple

b) - să fie un punct de funcționare stabil. Se prezintă în figura cele două caracteristici mecanice (rezistență și motoare) și punctul de funcționare A. Interesează dacă echilibrul obținut este stabil sau instabil. Se spune că funcționarea este stabilă dacă după dispariția oricărei perturbații, care cauzează variația vitezei unghiulare ω_0 , un agregat tinde să rămână la mișcarea inițială. În caz contrar, când după o perturbație oricât de mică, viteza unghiulară se îndepărtează de valoarea sa de regim permanent se spune că funcționarea este instabilă.

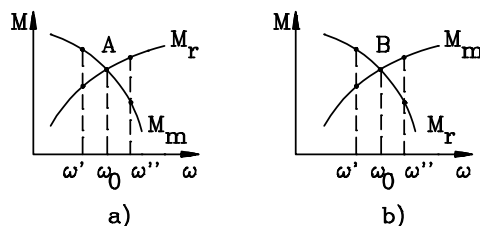


Fig. 1.36 Punct stabil și instabil de funcționare

Creșterea, datorită unei perturbații, a vitezei unghiulare la valoarea ω'' implică o relație de legătură între momente de forma $M_m < M_r$ și deci o tendință de scădere a vitezei înspre valoarea ω_0 (fig.....a). La o scădere a vitezei unghiulare sub cea de regim permanent $\omega' < \omega_0$ există relația $M_m > M_r$ și deci apare tendința de creștere a vitezei unghiulare spre valoarea de regim. Punctul de funcționare "A" este astfel un punct de funcționare stabil. În același mod se poate concluziona că punctul "B" este un punct de funcționare instabil (fig.....b).

Din punct de vedere matematic, condiția de stabilitate a unui punct de funcționare se exprimă prin relația:

$$\left(\frac{dM_r}{d\omega} \right)_A > \left(\frac{dM_m}{d\omega} \right)_A \quad (1.27)$$

Aceasta înseamnă că pentru a avea un punct de funcționare stabil este necesar ca panta caracteristicii mecanice motoare să fie mai mică decât panta caracteristicii mecanice rezistente în acel punct.

Se consideră caracteristica mecanică statică M_m a unui m.p.p. și caracteristica mecanică rezistentă M_r prezentate în figuraExistă două puncte de intersecție a celor două caracteristici: A și B. Dintre acestea, punctul A este un punct instabil de funcționare iar punctul B este un punct stabil.

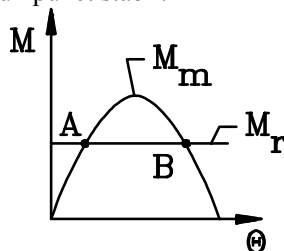


Fig. 1.37 Punct stabil și instabil de funcționare pentru un m.p.p.

1.3.2. Exemplu de calcul

Se consideră un sistem de acționare pentru care se cunosc ecuațiile celor două caracteristici:

a) Ecuația caracteristicii mecanice motoare:

$$\Omega_m = 200 - 0.5 \cdot M_m \quad (1.28)$$

b) Ecuația caracteristicii mecanice rezistente:

$$\Omega_r = 2M_r \quad (1.29)$$

Pentru analiza stabilității punctului de funcționare se parcurg următoarele etape:

1. reprezentarea caracteristicilor în planul axelor (M, Ω) (fig.....).

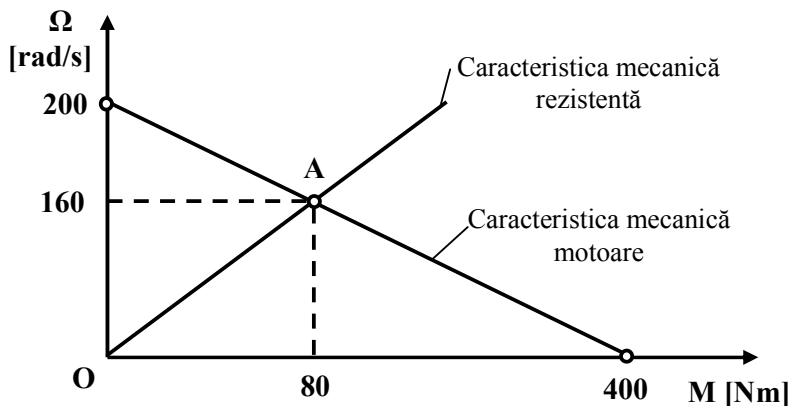


Fig. 1.38 Caracteristica mecanică motoare, cea rezistentă și punctual de funcționare

2. *determinarea coordonatelor punctului de funcționare.* Pe baza celor două ecuații ale caracteristicilor se definește sistemul de ecuații:

$$\begin{cases} \Omega_A = 200 - 0.5 \cdot M_A \\ \Omega_A = 2M_A \end{cases} \quad (1.30)$$

Prin rezolvarea sistemului de ecuații se determină coordonatele punctului de funcționare A (intersecția celor două drepte care definesc caracteristicile) $A(80,160)$.

3. *determinarea pantei caracteristicii în punctul de funcționare și verificarea relației ():*

Ecuția caracteristicii mecanice motoare se poate transforma sub forma:

$$M_m = 400 - 2 \cdot \Omega_m \quad (1.31)$$

și calcula apoi panta caracteristicii în punctul A:

$$\left(\frac{dM_m}{d\Omega} \right)_A = -2 \quad (1.32)$$

În același mod, pentru caracteristica mecanică rezistentă se obține:

$$M_r = \frac{1}{2} \cdot \Omega_r \quad (1.33)$$

$$\left(\frac{dM_r}{d\Omega} \right)_A = \frac{1}{2} \quad (1.34)$$

În final se verifică simplu că $\frac{1}{2} > -2$ și deci punctul A este punct de funcționare stabilă.

1.4. Masă redusă și moment de inerție redus

1.4.1. Introducere

Calculul dinamic al SA presupune determinarea ecuațiilor de mișcare pentru fiecare cuplă cinematică conducătoare în parte, ținându-se cont de eventualele influențe reciproce.

Pentru a simplifica expresia energiei cinetice a întregului mecanism se introduce noțiunea de masă redusă și moment de inerție redus. În acest mod studiul dinamic al SA pentru cuplele cinematice conducătoare se reduce la studiul dinamic al elementelor de reducere. Ca element de reducere se admite rotorul motorului electric, armătura mobilă a electromagnetului, pistonul cilindrului pneumatic sau hidraulic etc.

Prin definiție masa redusă a unui mecanism este echivalentă cu o masă fictivă care, concentrată într-un punct al unui element, numit element de reducere, dezvoltă aceeași energie cinetică ca întregul mecanism aflat în mișcare.

Pe baza definiției date, se poate scrie relația de calcul pentru masa redusă:

$$m_r = \frac{1}{v_A^2} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i v_i^2 + J_i \omega_i^2) \quad (1.35)$$

unde notațiile au semnificația: v_A reprezintă viteza de translație a elementului de reducere; m_i , J_i reprezintă masa respectiv momentul de inerție mecanic în raport cu o axă ce trece prin centrul de greutate al unui element "i"; v_i , ω_i reprezintă viteza centrului de greutate respectiv viteza unghiulară a elementului "i"; n reprezintă numărul de elemente mobile ale mecanismului.

Prin definiție, momentul de inerție redus J_r al unui mecanism este echivalent cu momentul de inerție fictiv al unui volant, care rotindu-se ca element de reducere, dezvoltă aceeași energie cinetică ca întregul mecanism.

Pe baza definiției se poate scrie expresia pentru calculul momentului de inerție redus:

$$J_r = \frac{1}{\omega_A^2} \cdot \sum_{i=1}^n (m_i v_i^2 + J_i \omega_i^2) \quad (1.36)$$

unde notațiile au semnificația: ω_A reprezintă viteza unghiulară a elementului de reducere; m_i , J_i reprezintă masa respectiv momentul de inerție mecanic în raport cu o axă ce trece prin centrul de greutate al unui element "i"; v_i , ω_i reprezintă viteza centrului de greutate respectiv viteza unghiulară a elementului "i"; n reprezintă numărul de elemente mobile ale mecanismului.

1.4.2. Exemplu de calcul

Se consideră schema cinematică a mecanismului generator de traiectorie al unui RI cu acționare directă (fig.....). Cupla cinematică O este multiplă asigurând două grade de mobilitate: rotația de unghi " α " a elementului "4" în raport cu batiul și rotația elementului "1" (de unghi " β ") în raport cu elementul "4" (fig.....). Se cere determinarea masei reduse în punctul A a mecanismului paralelogram, la o poziție fixă a elementului "4".

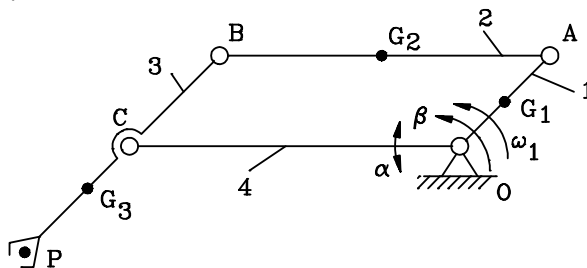


Fig. 1.39 Schema cinematică a robotului

După egalarea expresiilor energiei cinetice și având în vedere că viteza punctului de reducere $v_A = \omega_1 \cdot l_A$ se obține după transformări masa redusă la elementul "1" în punctul "A":

$$m_r = m_1 \cdot \left(\frac{l_{G_1}}{l_A} \right)^2 + m_2 + m_3 \cdot \left(\frac{l_{G_1}}{l_A} \right)^2 + \frac{J_1 + J_2 + J_3}{l_A^2} \quad (1.37)$$

unde: m_i ($i=1,2,3$) și J_j ($j=1,2,3$) au semnificațiile din definiție; l_A , l_{G_1} și l_{G_3} reprezintă lungimea elementului "1" respectiv modulele vectorilor de poziție a centrelor de greutate G_1 , G_3 în raport cu cuplele cinematice "O" și "C".

1.4.3. Exemplu de calcul

Se consideră schema cinematică a unui dispozitiv de prehensiune prezentată în figura Sistemul de acționare se bazează pe electromagnetul "EM" cu armatura mobilă "AM".

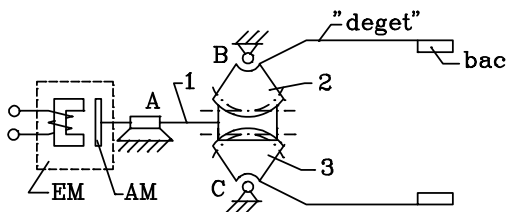


Fig. 1.40 Schema cinematică a dispozitivului de prehensiune

Studiul dinamic al SA presupune considerarea drept element de reducere a armaturii mobile "AM" aflată în mișcare de translație. Masa redusă are expresia:

$$m_r = m_1 + 2J_{B,2} \cdot \left(\frac{\omega_2}{v_1} \right)^2 \quad (1.38)$$

unde: $J_{B,2}$ reprezintă momentul de inerție mecanic al elementului "2" (compus din sectorul dințat, deget și bac) în raport cu axa de rotație a cuplei cinematice B. S-au considerat identici parametrii pentru cele două sectoare dințate, "degete" și bacuri.

1.4.4. Exemplu de calcul

Se consideră schema cinematică a mecanismului generator de traiectorie (MGT) al unui RI cu trei grade de mobilitate (RTT) (fig.....).

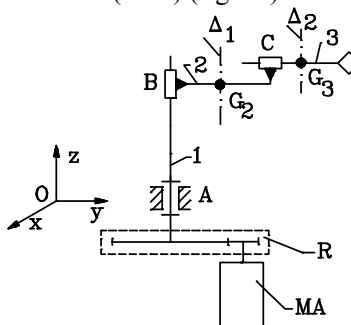


Fig. 1.41 Schema cinematică a MGT (RTT)

Cupla cinematică conducătoare "A" este acționată prin intermediul motorului "MA" și a unei transmisii reductoare "R" cu raportul de transmitere "i". Se consideră drept element de reducere rotorul motorului "MA" din cupla "A". Se consideră de asemenea că vitezele de translație în cuplele cinematice "B" și "C" sunt zero.

Momentul de inerție al întregului MGT redus la rotorul motorului "MA" are expresia:

$$J_r = J_{rot} + J_p + \left(J_{rc} + J_1 + J_2 + J_3 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 \right) \cdot \frac{1}{i^2} \quad (1.39)$$

unde: J_r , J_p , J_{rc} reprezintă momentele de inerție ale rotorului, pinionului și al roții conduse iar J_i ($i = 1, 2, 3$) sunt momentele de inerție ale elementelor "1", "2", "3" față de axele verticale (OZ) ce trec prin centrele de greutate ale acestora; r_2 și r_3 reprezintă modulele vectorilor de poziție ale unor axe verticale (Δ) ce trec prin centrele de greutate ale elementelor "2" și "3", față de axa de rotație a cuplei cinematice "A" (vezi relația lui Steiner).

1.4.5. Exemplu

Referitor la MGT din figura2.1 considerăm că sistemul de acționare pentru cupla cinematică conducătoare "C" are componența prezentată în figura4.24.

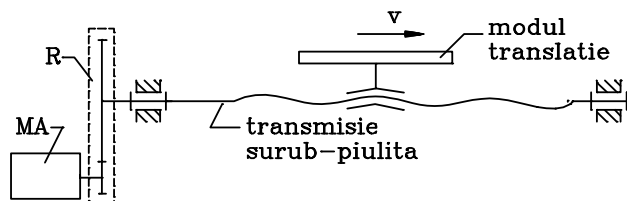


Fig. 1.42 Schema cinematică a sistemului de acționare

Considerăm drept element de reducere rotorul motorului de acționare "MA" care are viteza unghiulară ω_m . Se cere determinarea momentului de inerție redus la arboreal motorului.

Având în vedere expresia de definire a raportului de transmitere:

$$i = \frac{\omega_m}{\omega_{rc}} = \frac{\omega_m}{\omega_s} \quad (1.40)$$

și relația dintre parametrii transmisiei șurub - piuliță:

$$\frac{v}{\omega_s} = \frac{p}{2\pi} \quad (1.41)$$

expresia momentului de inerție redus este:

$$J_r = J_{rot} + J_p + \left(J_{rc} + J_s + m_r \cdot \left(\frac{p}{2\pi} \right)^2 \right) \cdot \frac{1}{i^2} \quad (1.42)$$

Masa redusă și momentul de inerție redus sunt în general mărimi variabile și nu depind de parametrul cinematic al elementului de reducere ci doar de poziția acestuia.

1.5. Forță redusă și moment redus

1.5.1. Introducere

În scopul simplificării expresiei puterii dezvoltate de un mecanism se introduc noțiunile de forță redusă F_{red} și moment redus M_{red} .

Prin definiție, forța sau momentul redus este forța / momentul fictiv care, acționând asupra unui element al mecanismului numit element de reducere dezvoltă aceeași putere ca și întreg sistemul de forțe și momente ce acționează asupra mecanismului.

Pe baza definiției, expresiile celor două mărimi, în cazul mecanismelor plane, sunt:

$$F_{red} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_i v_i \cos \alpha_i}{v_A} + M_i \cdot \frac{\omega_i}{v_A} \right) \quad (1.43)$$

$$M_{red} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{F_i v_i \cos \alpha_i}{v_A} + M_i \cdot \frac{\omega_i}{v_A} \right) \quad (1.44)$$

unde notațiile au semnificația: v_A , ω_A reprezintă viteza punctului A de aplicație a forței reduse, respectiv viteza unghiulară a elementului de reducere; F_i , M_i reprezintă forța respectiv momentul care acționează asupra elementului "i"; v_i , ω_i reprezintă viteza punctului de aplicație a forței F_i , respectiv viteza unghiulară a elementului "i"; α_i reprezintă unghiul dintre vectorii \mathbf{i} și \mathbf{i} ; n reprezintă numărul de elemente ale mecanismului.

Se menționează faptul că produsul $M_i \omega_i$ este pozitiv când cei doi vectori (M_i și ω_i) au același sens și negativ în caz contrar.

Dacă în urma calculului rezultă valori negative pentru F_{red} și M_{red} înseamnă că acestea se opun sensului de mișcare al elementului de reducere.

Forța sau momentul redus se pot obține nu numai pentru întreg sistemul de forțe care acționează dar și pentru o anumită categorie de forțe și momente (a forțelor tehnologice, a forțelor de greutate etc.).

1.5.2. Exemplu

Se consideră schema cinematică a MGT pentru un RI cu două grade de mobilitate (RR) prezentată în figuraa. Considerăm, pentru simplificare, că este acționată doar cupla cinematică conducătoare "A" și că forțele exterioare care încarcă elementele MGT sunt cele gravitaționale: ale elementului "1" și "2" și ale SA a cuplei

cinematice conducătoare "B" (nereprezentat în figura).

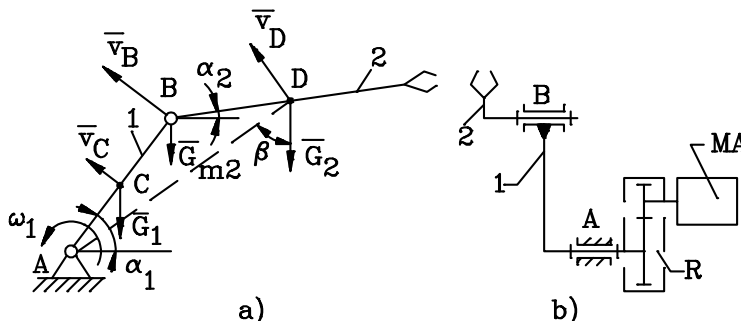


Fig. 1.43 Schema cinematică a unui MGT cu două grade de mobilitate

Momentul rezistent, datorat forțelor gravitaționale, redus la elementul "1" (component al cuplei cinematice conducătoare "A") este dat de expresia:

$$M_{red} = \frac{(G_1 \cdot v_C + G_{m2} \cdot v_B) \cdot \cos(\pi - \alpha_1)}{\omega_1} + \frac{G_2 \cdot v_D \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} + \beta\right)}{\omega_1} \quad (1.45)$$

unde: G_1 , G_2 , G_{m2} sunt greutatea elementelor "1", "2" și a SA pentru elementul "2"; l_1 , l_2 sunt lungimile celor două elemente.

Având în vedere relațiile de calcul pentru vitezele liniare ale punctelor B, C și D:

$$v_C = \omega_1 \cdot \frac{l_1}{2} \quad (1.46)$$

$$v_B = \omega_1 \cdot l_1 \quad (1.47)$$

$$v_D = \omega_1 \cdot l_{AD} = \omega_1 \cdot \frac{l_1 \cdot \cos \alpha_1 + \frac{l_2}{2} \cdot \cos \alpha_2}{\sin \beta} \quad (1.48)$$

relația de calcul (4.23) pentru momentul redus, determinată anterior, se transformă în :

$$M_{red} = -\left(\frac{G_1}{2} + G_{m2} + G_2\right) \cdot l_1 \cdot \cos \alpha_1 - G_2 \cdot \frac{l_2}{2} \cdot \cos \alpha_2 \quad (1.49)$$

Dacă se consideră acționarea simultană a celor două cuple cinematice conducătoare "A" și "B" este necesar să se aibă în vedere că:

$$\bar{\omega}_2 = \bar{\omega}_1 + \bar{\omega}_{21} \quad (1.50)$$

Dacă SA al cuplei cinematice conducătoare se compune dintr-un motor "MA" și o transmisie reductoare "R" cu raportul de transmitere "i" (fig....b) atunci momentul redus la elementul "1", se va reduce la rotorul motorului de antrenare cu ajutorul

relației:

$$M_{red,r} = \frac{M_{red}}{\eta_R \cdot i} \quad (1.51)$$

unde η_R reprezintă randamentul transmisiei.

1.6. Dinamica sistemului de actionare.

1.6.1. Ecuația de mișcare

S-a evidențiat, în cadrul considerațiilor anterioare, că pentru orice mecanism sau mașină se poate face reducerea maselor și forțelor care acționează asupra lui. În acest mod un mecanism se poate înlocui, în vederea studiului dinamic, cu un singur element numit element de reducere (rotorul motorului electric sau hidraulic, armătura mobilă a electromagnetului, pistonul cilindrului pneumatic etc.).

O modalitate de determinare a ecuației de mișcare acestui element constă în utilizarea ecuațiilor lui Lagrange de ordinul 2:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial E_c}{\partial q_k} = Q_k \quad (1.52)$$

unde notațiile au semnificația: E_c reprezintă energia cinetică a sistemului; q_k reprezintă coordonata generalizată ("θ" pentru mișcarea de rotație a elementului de reducere sau "x" pentru mișcarea de translație); $\frac{dq_k}{dt}$ reprezintă viteza generalizată ("ω" pentru mișcarea de rotație a elementului de reducere sau "v" pentru mișcarea de translație); Q_k reprezintă forța generalizată (un moment "M" pentru mișcarea de rotație sau o forță "F" pentru mișcarea de translație); k reprezintă numărul gradelor de libertate.

Expresiile energiei cinetice pentru un element de reducere în mișcare de rotație respectiv de translație sunt:

$$E_c = \frac{J_r \cdot \omega_A^2}{2} \quad (1.53)$$

$$E_c = \frac{m_r \cdot v_A^2}{2} \quad (1.54)$$

unde notațiile au semnificația: J_r , m_r reprezintă momentul de inerție redus respectiv masa redusă; v_A , ω_A reprezintă viteza unghiulară respectiv liniară a elementului de reducere.

Utilizând relațiile anterioare se obțin după transformări ecuațiile de mișcare pentru cele două cazuri (mișcare de rotație și respectiv mișcare de translație):

$$J_r \cdot \frac{d\omega_A}{dt} + \frac{\omega_A^2}{2} \cdot \frac{dJ_r}{d\theta} = M \quad (1.55)$$

$$M = M_m - M_{r,red} \quad (1.56)$$

$$m_r \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v_A^2}{2} \cdot \frac{dm_r}{dx} = F \quad (1.57)$$

$$F = F_m - F_{r,red} \quad (1.58)$$

unde notațiile au semnificația: M_m , F_m reprezintă momentul motor respectiv forța motoare; $M_{r,red}$, $F_{r,red}$ reprezintă momentul rezistent redus (a forțelor tehnologice, de frecare, gravitaționale) respectiv forța rezistentă redusă.

În cazul acționării unor echipamente periferice masa redusă și momentul de inerție redus sunt mărimi constante (independente de coordonata generalizată) astfel ca relațiile (...), (...) se simplifică.

În cazul dispozitivului de ghidare al RI cu cuple cinematice conducătoare acționate simultan, studiul dinamic al SA nu se poate face pentru o singură cuplă cinematică ci simultan pentru toate cuplele. Acest lucru este impus de influențele dinamice reciproce.

Ecuatiile (4.33) și (4.34) sunt recomandate pentru cazul sistemelor cu un singur grad de mobilitate. În restul cazurilor se vor utiliza ecuațiile lui Lagrange inițiale.

1.6.2. Exemplu

Se consideră MGT (RTT) al unui RI cu schema cinematică prezentată în figura Acesta are sistemul de acționare realizat pe baza unui motor de c.c. și a unui reductor de turație.

Se propune determinarea ecuației de mișcare pentru modulul de rotație. Utilizând ecuațiile lui Lagrange se pot determina ecuațiile de mișcare. Energia cinetică a întregului sistem are expresia:

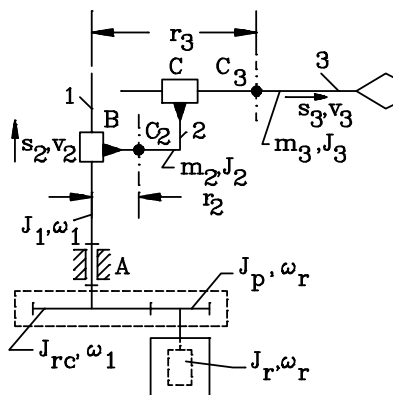


Fig. 1.44 Schema cinematică a unui MGT RTT

$$E_{cs} = E_{cr} + E_{cp} + E_{crc} + E_{c1} + E_{c2} + E_{c3} \quad (1.59)$$

unde notațiile au următoarea semnificație:

$$E_{cr} = \frac{J_r \cdot \omega_r^2}{2} \quad (1.60)$$

$$E_{cp} = \frac{J_p \cdot \omega_r^2}{2} \quad (1.61)$$

$$E_{crc} = \frac{J_{rc} \cdot \omega_1^2}{2} \quad (1.62)$$

$$E_{c1} = \frac{J_1 \cdot \omega_1^2}{2} \quad (1.63)$$

$$E_{c2} = \frac{m_2 \cdot v_2^2}{2} + \frac{(J_2 + m_2 \cdot r_2^2) \cdot \omega_1^2}{2} \quad (1.64)$$

$$E_{c3} = \frac{m_3 \cdot (v_2^2 + v_3^2)}{2} + \frac{(J_3 + m_3 \cdot r_3^2) \cdot \omega_1^2}{2} \quad (1.65)$$

sunt energiile cinetice ale rotorului, pinionului, roții conduse, elementului "1", elementului "2" și respectiv "3".

Prin aplicarea relației (.....) se obține ecuația de mișcare pentru modulul de rotație:

$$J_t \cdot \varepsilon_r + \frac{2}{i^2} \cdot m_3 \cdot \omega_r \cdot r_3 \cdot v_3 = M_m - \frac{M_f}{i} - M_{fs} - M_{fv} \quad (1.66)$$

unde:

- Momentul de inerție J_t redus la arborele motorului este exprimat prin relația:

$$J_t = J_r + J_p + (J_{rc} + J_1 + J_2 + m_2 \cdot r_2^2 + J_3 + m_3 \cdot r_3^2) \cdot \frac{1}{i^2} \quad (1.67)$$

- M_m este cuplul dezvoltat de motorul de acționare ;
- i este raportul de transmitere al reductorului;
- M_f este momentul de frecare în cupla cinematică de rotație;
- M_{fs} este momentul frecărilor statice din motorul de acționare;
- M_{fv} este momentul frecărilor vâscoase din motorul de acționare.

Restul notațiilor au semnificațiile obișnuite. În același mod se pot obține și restul ecuațiilor.

1.6.3. Influența elasticității asupra dinamicii servosistemului.

În prezentările anterioare s-a considerat că elementele componente din cadrul sistemului de acționare sunt rigide. Această ipoteză, pentru sistemele foarte rapide - cazul roboților industriali - nu este exactă deoarece elementele componente sunt elastice. Datorită acestei elasticități, elementele se deformează. Vitezele instantanee ale diverselor componente cuplate mecanic sunt diferite și chiar de semne contrare. Sistemul acumulează o cantitate importantă de energie potențială ceea ce poate conduce la vibrații torsionale. Parametrii elementului elastic sunt în general determinabili prin încercări experimentale sau prin calcul.

Se consideră schema bloc a unui servosistem rapid cu o singură masă inerțială (fig.....).

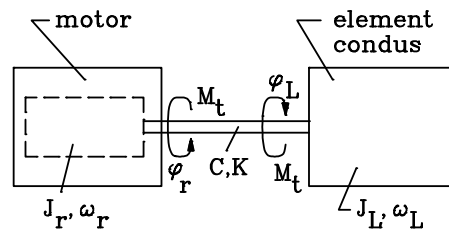


Fig. 1.45 Sistem de acționare cu legătură elastică (o singură masă inerțială)

Ecuatiile care descriu dinamica sistemului sunt:

$$J_r \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_m - M_t \quad (1.68)$$

$$J_L \cdot \frac{d\omega_L}{dt} = M_t - M_L \quad (1.69)$$

$$M_t = C \cdot (\varphi_r - \varphi_L) + K \cdot (\omega_r - \omega_L) \quad (1.70)$$

$$\frac{d\varphi_r}{dt} = \omega_r \quad (1.71)$$

$$\frac{d\varphi_L}{dt} = \omega_L \quad (1.72)$$

unde:

- M_m și M_t sunt cuplul motor și respectiv momentul de torsiune transmis;
- K este constanta elastică a elementului de transmisie;
- C este constanta de amortizare introdusă de legătura elastică;

În relațiile (..) nu s-a luat în considerare frecarea din sistem. În modul prezentat anterior se poate analiza oricare sistem cu un alt număr de legături elastice.

1.6.4. Exemplu

Se consideră schema principală de realizare a SA pentru un modul de rotație (fig.....).

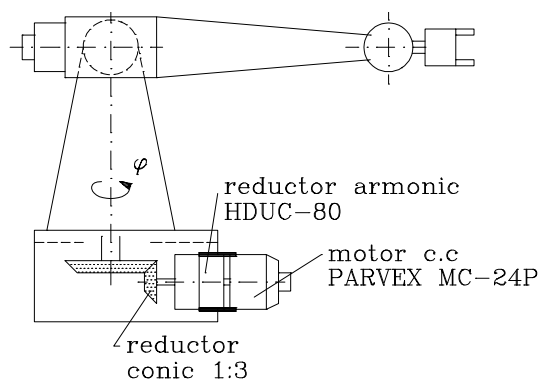


Fig. 1.46 Sistemul de acționare a modulului de rotație a unui RI

Legăturile dintre rotorul motorului electric, reductorul armonic, reductorul conic sunt elastice prezentând fiecare o constantă elastică specifică și una de amortizare.

Schema simplificată a servosistemului și elementele componente cu parametrii de definire este prezentată în figura

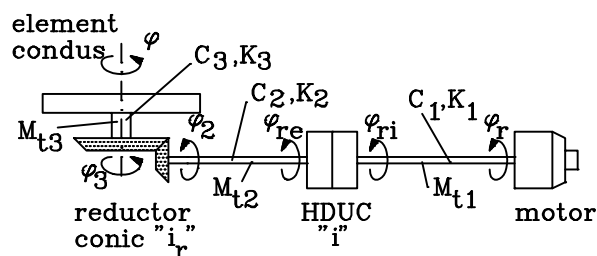


Fig. 1.47 Schema simplificată a modulului de rotație

Dinamica întregului sistem este descrisă de ecuațiile:

- ecuația circuitului electric corespunzător m.c.c.:

$$u = R_i \cdot i_i + L_i \cdot \frac{di_i}{dt} + K_e \cdot \omega_r \quad (1.73)$$

unde R_i reprezintă rezistența indusului, L_i inductivitatea, iar K_e coeficientul t.e.m.;

- ecuația de mișcare pentru rotor și respectiv prima legătură elastică (rotor - reductor armonic):

$$J_r \cdot \frac{d\omega_r}{dt} = K_m \cdot i_i - M_{t1} - K_{fv} \cdot \omega_r \quad (1.74)$$

unde J_{1r} și J_{2r} sunt momentele de inerție ale celor două componente ale reductorului armonic iar celelalte mărimi au semnificațiile din figura

- ecuațiile celei de-a doua legături elastice "reductor armonic - reductor conic":

$$J_1 \cdot \frac{d\omega_{ri}}{dt} = M_{t1} - \frac{M_{t2}}{i} \quad (1.75)$$

$$J_1 = J_{1r} + \frac{J_{2r}}{i^2} \quad (1.76)$$

$$M_{t1} = K_1 \cdot (\varphi_{ri} - \varphi_r) + C_1 \cdot (\omega_{ri} - \omega_r) \quad (1.77)$$

$$M_{t2} = K_{ra} \cdot \left(\varphi_{re} - \frac{\varphi_{ri}}{i} \right) + C_{ra} \cdot \left(\omega_{re} - \frac{\omega_{ri}}{i} \right) \quad (1.78)$$

$$J_2 \cdot \frac{d\omega_2}{dt} = M_{t2} - \frac{M_{t3}}{i_r} \quad (1.79)$$

$$J_2 = J_{pc} + \frac{J_{rc}}{i_r^2} \quad (1.80)$$

$$M_{t2} = K_2 \cdot (\varphi_2 - \varphi_{re}) + C_2 \cdot (\omega_2 - \omega_{re}) \quad (1.81)$$

$$M_{t3} = K_3 \cdot \left(\varphi_3 - \frac{\varphi_2}{i} \right) + C_3 \cdot \left(\omega_3 - \frac{\omega_2}{i} \right) \quad (1.82)$$

unde J_{pc} și J_{rc} sunt momentele de inerție ale pinionului conic și roții conice;

- ecuațiile celei de-a treia legături elastice "reductor conic element condus":

$$J_3 \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_{t3} - M_{rt} \quad (1.83)$$

$$M_{t3} = K_3 \cdot (\varphi - \varphi_3) + C_3 \cdot (\omega - \omega_3) \quad (1.84)$$

unde J_3 reprezintă momentul de inerție redus la elementul condus iar M_{rt} reprezintă momentul rezistent total la nivelul cuplei cinematice de rotație.

Având în vedere numărul mare de variabile, în practică se consideră modele simplificate rezultate din neglijarea unor amortizări și echivalarea elasticității mai multor elemente (K_i) printr-un parametru echivalent.

Sistemul de ecuații de mișcare care descriu dinamica elementelor sistemului de acționare sau a elementului de reducere se rezolvă prin metode numerice.

1.6.5. Legi de mișcare

1.6.5.1. Generalități

Legile de mișcare de ordinul zero, unu și doi pentru mișcarea relativă a elementelor, care constituie cuplele cinematice conducătoare, descriu evoluția în timp a parametrilor cinematici spațiu, viteza, accelerație pentru elementul de reducere cunoscându-se traiectoria pe care trebuie să o execute punctul caracteristic.

Sucesiunea parametrilor cinematici ai cuplelor cinematice conducătoare este impusă de funcția de comandă în conformitate cu operația humanoidă de efectuat. Prin comandă se înțelege setul de informații transmise de la sistemul de comandă la

sistemul de acționare și care prescrie funcționarea acestuia din urmă.

Funcție de sarcina specifică pe care trebuie să o îndeplinească RI, traiectoria de mișcare se descrie în mai multe moduri: linie dreaptă, curba oarecare în spațiu, funcție algebrică de timp sau spațiu, urmărirea unei mișcări exterioare pentru puncte care se deplasează în spațiu după legi de mișcare cunoscute.

Astfel:

- în aplicații specifice de manipulare a unor piese (deservire de utilaje, stivuire etc.) se impune aducerea piesei manipulate în poziții fixe din spațiu (puncte țintă). În aceste cazuri se utilizează o comandă punct cu punct (PTP). Trecerea de la punctul inițial M_i la punctul final M_f se poate realiza în două moduri:
 - 1) prin acționarea succesivă a fiecărei cuple cinematice conducătoare în secvențe diferite. În intervalul de timp $[0, t_1]$ este acționată cupla "A" executându-se mișcarea Δx , în intervalul de timp $[t_1, t_2]$ este acționată cupla "B" executându-se mișcarea Δz iar în intervalul $[t_2, t_3]$ este acționată cupla "C" pentru mișcarea Δy (fig.....). Traiectoria este impusă de arhitectura RI iar programul este secvențial.

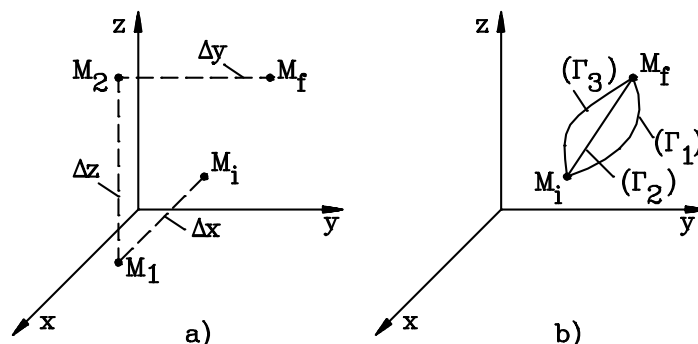


Fig. 1.48 Comanda PTP

- 2) prin acționarea simultană a mai multor cuple cinematice, pornite la momentul $t = 0$ și oprite la momentul $t = t_1$, funcție de complexitatea traiectoriei. Traiectoria între punctele țintă nu este impusă (fig.....).
- în aplicații de vopsire, sudare, montaj etc. se impune ca punctul caracteristic al RI să descrie anumite traiectorii în conformitate cu procesul tehnologic și forma obiectului. În aceste cazuri se realizează o comandă pe traiectorie continuă (CP). Această comandă se realizează în următoarele variante:
 - 1) traiectoria între punctele M_i și M_f este descrisă prin puncte intermediare M_j ($j = 1, 2, \dots$) denumite puncte de precizie. Mișcarea între două puncte de precizie succesive se realizează punct cu punct fără o corelare a legilor de mișcare (fig....).
 - 2) traiectoria continuă între punctele M_i și M_f este descrisă pe cale analitică prin ecuația (C). Traiectoria continuă rezultă pe baza unor calcule de interpolare. Trebuie evidențiat faptul că prescrierea traiectoriei se poate realiza în două

moduri, funcție de sistemul de coordonate:

- a) în sistemul de coordonate cartezian (general) și convertirea ulterioară în sistemul de coordonate al RI (cartezian, cilindric, sferic);
- b) în sistemul de coordonate al RI.

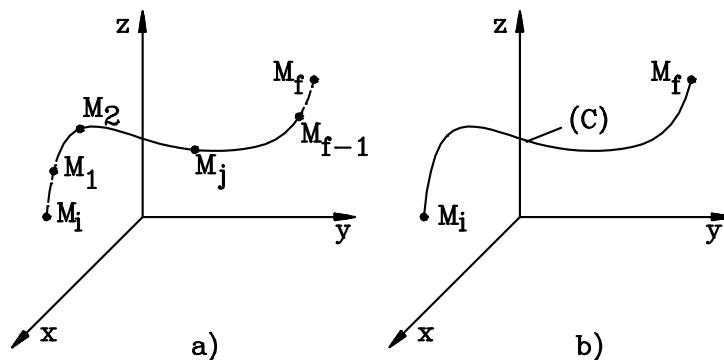


Fig. 1.49 Comanda CP

Funcția $\varphi_k(t)$ ce descrie modul de variație a coordonatei generalizate din cupla "k" trebuie să fie monotonă pe intervalul $[t_0, t_1]$ de acționare a cuplei (fig.....).

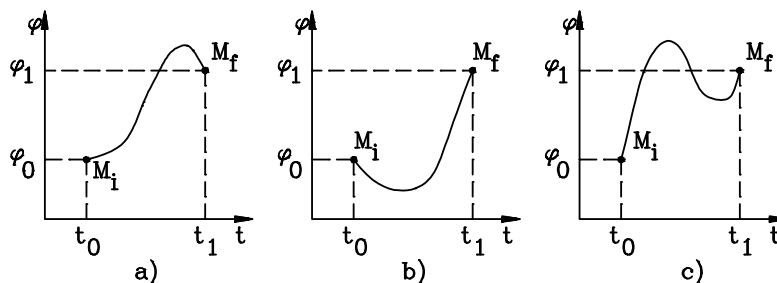


Fig. 1.50 Traiectorii nerecomandate

Se evită în acest fel schimbările de sens în mișcarea rotorului și se realizează o mișcare globală lină, fără șocuri, fără depășiri și întoarceri la punctele țintă finale. Dispar în același timp oscilațiile în spațiul de lucru, pierderi de timp sau atingerea unor obiecte.

Observație

Referirile din cadrul acestui paragraf se fac pentru o mișcare de rotație a elementului de reducere. Rezultatele sunt aplicabile și pentru mișcarea de translație cu modificările de rigoare.

1.6.5.2. Traiectorii de mișcare la comanda punct cu punct

Deplasarea spațială a punctului caracteristic între pozițiile distincte M_i și M_f nefăcându-se după o traiectorie prescrisă proiectantul va alege această traiectorie. La această alegere trebuie să se țină cont de limitarea solicitărilor dinamice, de evitarea

obstacolelor etc. În majoritatea cazurilor concrete aceasta este o dreaptă.

Comanda în acest caz se poate realiza pe principiul comutației ("obiectul" comandat fiind legat cu o precizie de poziția dată) sau a controlului progresiv.

Se pot aminti în acest sens câteva traiectorii:

- traiectorie de tip "Bang-Bang";
- traiectorie de tip polinomial;
- traiectorie cosinusoidală;
- traiectorie sinusoidală suprapusă peste o traiectorie rampă.

Traietoria de tip "Bang-Bang" asigură deplasarea punctului caracteristic din starea inițială (φ_0) în starea finală (φ_1) în timpul minim "T".

Observație

Această problemă nu are sens decât dacă se impun restricții ale parametrilor cinematici și dacă se cunoaște momentul rezistent (constant, funcție de timp, spațiu sau viteză).

1.6.5.2.1. Legile de mișcare pentru restricții de accelerație

Impunând o limitare a accelerației și decelerației unghiulare:

$$|\varepsilon| < \varepsilon_0 \quad (1.85)$$

soluția optimă acceptă o mișcare cu accelerație și decelerație maximală cu o durată totală:

$$T = 2 \cdot \sqrt{\frac{\varphi_1 - \varphi_0}{\varepsilon_0}} \quad (1.86)$$

Evoluția parametrilor cinematici este prezentată în figura

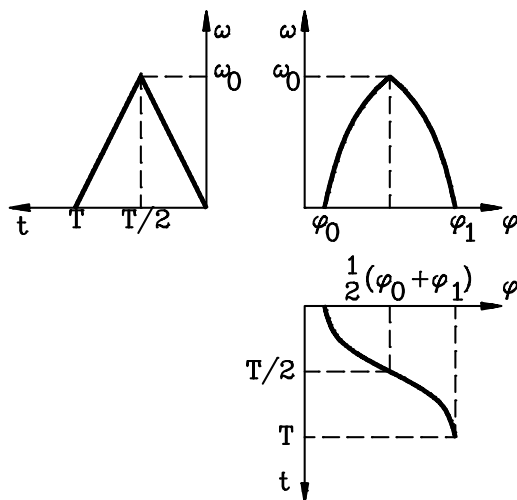


Fig. 1.51 Legi de mișcare

Această evoluție se poate obține comutând variabilele ce condiționează cuplul

motor (curentul prin indus în cazul motorului de c.c., presiunea de alimentare în cazul unui motor sau cilindru hidraulic etc.) prin intermediul unor elemente de comandă simple (relee, electrovalve etc.).

Observația 1

Modul de variație a cuplului motor pentru sarcina pur inerțială ($M_r = 0$) (a) și moment rezistent constant (b) sunt prezentate în figura

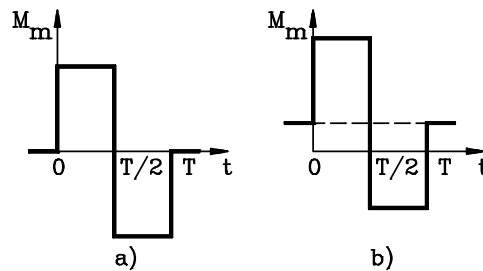


Fig. 1.52 Legi de mișcare

Modificarea cuplului motor la momentele $t = T/2$ și $t = T$ se poate realiza în mai multe moduri:

1) în circuit deschis. Momentele $t = T/2$ și T se presupun determinate prin relația (...), sau prin învățare iar un sistem de comandă bazat pe timp programabil permite realizarea comutației. În cazul în care parametrii ce descriu componenta rezistentă a momentului sau valoarea momentului de inerție se cunosc doar cu aproximație, metoda poate conduce la erori de poziționare substanțiale.

2) în circuit închis pe baza de reacție de poziție. Comutarea are loc la atingerea valorii coordonatei generalizate $\varphi = \frac{\varphi_0 + \varphi_1}{2}$ și a coordonatei φ_1 . Aceste valori sunt sesizate prin intermediul unui traductor de poziție.

Valorile parametrului spațiu nu sunt dependente de momentul de inerție și astfel, incertitudini asupra valorii acestuia nu pot conduce la erori.

3) în circuit închis pe baza de reacție de viteză. Modificarea în starea de comandă a motorului se poate efectua în momentul în care viteza controlată atinge valoarea:

$$\omega_0 = \sqrt{\varepsilon_0 \cdot (\varphi_1 - \varphi_0)} \quad (1.87)$$

și apoi valoarea "0".

Utilizarea comenzii iterative sau a controlului "aservit" la sfârșitul cursei poate îmbunătăți performanțele metodei.

Observația 2

Controlul vitezei, în mișcarea robotului, este recomandat când cursele sunt

scurte și se fac cu viteze mici. La deplasări lungi și rapide, se recomandă controlul în poziție. Clasificarea mișcărilor în scurte și lungi (pentru fiecare grad de mobilitate) se face pe baza caracteristicilor masice ale RI și caracteristicile sistemului de acționare.

Timpul necesar atingerii vitezei maxime pentru un motor rotativ, în cazul mișcărilor de tip "BANG-BANG", și spațiul unghiular parcurs în acest interval de timp de rotor se aproximează cu valoarea (I_r - momentul de inerție redus la rotor):

$$t_m = \frac{\omega_m}{\varepsilon_m} \quad (1.88)$$

$$\varepsilon_m = \frac{M_m}{J_r} \quad (1.89)$$

$$\varphi(t_m) = \frac{1}{2} \cdot \frac{J_r}{M_m} \cdot \omega_m^2 \quad (1.90)$$

Se consideră că există o mișcare lungă dacă variația impusă coordonatei generalizate satisface condiția:

$$\varphi_1 - \varphi_0 \geq 2 \cdot \varphi(t_m) \quad (1.91)$$

și o mișcare scurtă în caz contrar.

1.6.5.2.2. *Legi de mișcare cu restricții de accelerație și viteză*

Constrângerile în accelerație și viteză se pot defini prin relațiile:

$$|\varepsilon| < \varepsilon_0 \quad (1.92)$$

$$|\omega| < \omega_0 \quad (1.93)$$

Legile de mișcare pentru spațiu și viteză sunt prezentate în figura

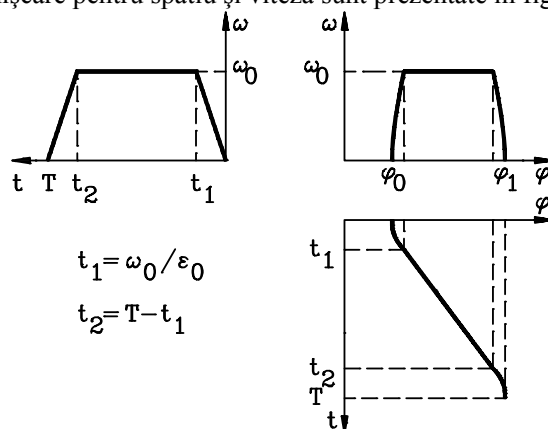


Fig. 1.53 Legi de mișcare

Legea de mișcare pentru parametrul viteză devine în acest caz trapezoidală (față de triunghiulară în cazul precedent). Legea de comandă corespunzătoare acestei variante a legilor de mișcare este prezentată în figura pentru o sarcină pur inerțială.

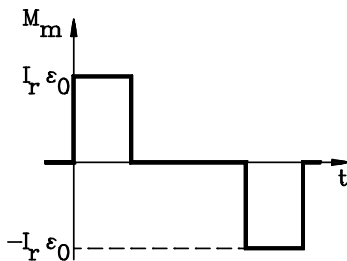


Fig. 1.54 Lege de comandă

Această lege se poate realiza printr-o comutație temporală sau de preferat spațială. Relațiile de determinare a parametrilor cinematici sunt cei corespunzători unei mișcări uniform accelerate. Variația parametrilor masici care descriu inerția și întârzierea în comutație (datorată de exemplu fenomenului de comutație) sunt principalele obstacole ale metodei.

a₃) legi de mișcare cu restricții de supra-acelerație, accelerație și viteză.

O serie de aplicații nu admit accelerații de valori ridicate la pornire datorită șocurilor care apar. Din acest motiv se limitează, suplimentar față de restricțiile prezentate prin relația (.....), variația accelerației:

$$\left| \frac{d^2 \omega}{dt^2} \right| \leq a \quad (1.94)$$

unde "a" este valoarea maximă a supra-acelerației.

Legea de mișcare pentru viteză din acest caz și legea de comandă corespunzătoare unei sarcini pur inerțiale sunt prezentate în figura

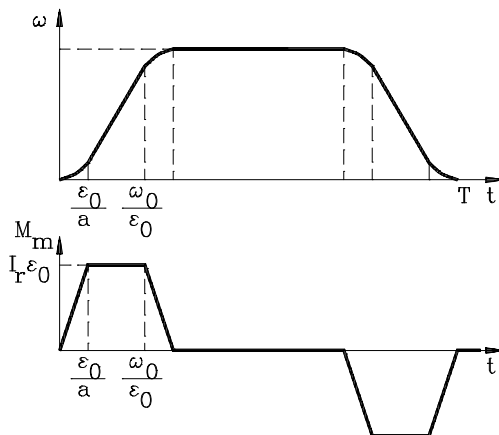


Fig. 1.55 Lege de mișcare și de lege de comandă

b) Traectorii de tip polinomial sunt posibile printr-un control continuu al poziției, vitezei și prin utilizarea unei comenzi pe baza de microprocesor. Este cazul comenzii "aservite" când elementul motor este comandat funcție de diferența dintre poziția realizată și cea dorită.

Profile pentru parametrul accelerație, viteză și spațiu, funcție de timp, pentru acest caz sunt prezentate în figura ...a,b. Primul caz corespunde în general pentru curse scurte iar cel de-al doilea pentru curse lungi.

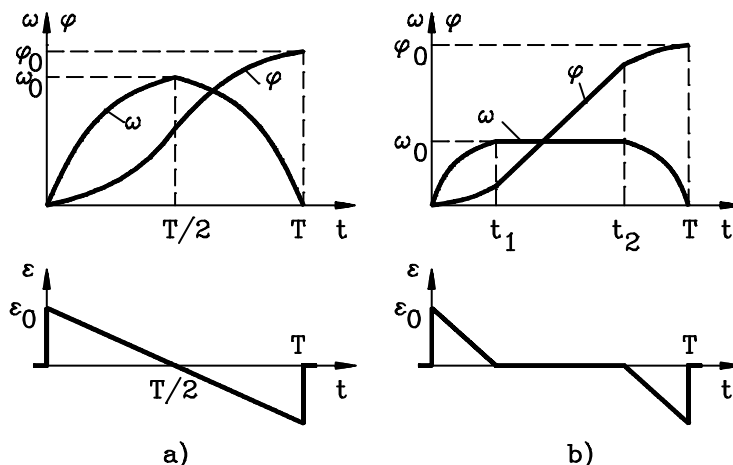


Fig. 1.56 Legi de mișcare polinomiale

Forma parabolică pentru viteza unghiulară permite definirea celor trei parametri prin relațiile:

$$\omega = a + bt + ct^2 \quad (1.95)$$

$$\varphi = d + at + \frac{bt^2}{2} + \frac{ct^3}{3} \quad (1.96)$$

$$\varepsilon = b + 2ct \quad (1.97)$$

Valorile coeficienților a, b, c se determină prin impunerea unor condiții limită pentru spațiu și viteză.

Exemplu

Făcând referire la profilele prezentate în figuraa condițiile limită pentru viteză și spațiu sunt:

$$t = 0 \longrightarrow \omega = 0 \quad (1.98)$$

$$t = 0 \longrightarrow \varphi = 0 \quad (1.99)$$

$$t = \frac{T}{2} \longrightarrow \omega = \omega_0 \quad (1.100)$$

$$t = T \longrightarrow \omega = 0 \quad (1.101)$$

$$t = T \longrightarrow \varphi = \varphi_0 \quad (1.102)$$

Având în vedere relațiile (...)-(....) se determină valorile coeficienților:

$$a = d = 0; c = -\frac{b}{T}; b = \frac{4 \cdot \omega_0}{T} \quad (1.103)$$

Pe baza valorilor anterioare se pot defini legile polinomiale de ordinul zero, unu, și doi.

1.6.5.2.3. Legi de mișcare pentru o comandă de traiectorie continuă

Pe baza cinematicii inverse este posibilă determinarea modului de variație a coordonatei generalizate θ_i ($i=1, \dots, 6$) la impunerea traiectoriei pentru punctul caracteristic. Problema de rezolvat în continuare constă în determinarea legilor de mișcare aferente fiecărui sistem de acționare astfel încât să se realizeze traiectoria impusă.

Se consideră redusă problema la o singură coordonată generalizată θ aferentă unui sistem de acționare electric bazat pe motor electric rotativ.

Se propune abordarea problemei prin utilizarea unor funcții polinomiale datorită avantajelor deosebite pe care acestea le prezintă.

Considerăm că traiectoria este descrisă prin "n" puncte de precizie S_0, S_1, \dots, S_{n-1} atinse în momentele de timp t_0, t_1, \dots, t_{n-1} . Această traiectorie constă astfel din $(n-1)$ segmente (fig.....).

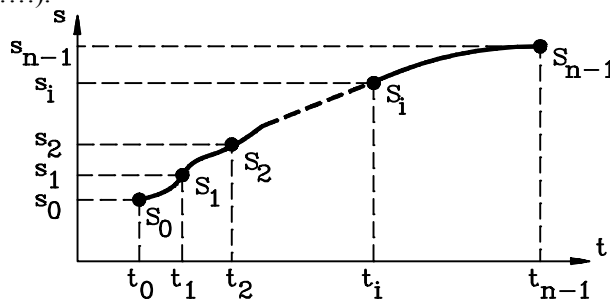


Fig. 1.57 Traiectorie continuă și puncte de precizie

Fie segmentul "i" corespunzător perechilor de puncte $[t_{i-1}, S_{i-1}]$ și $[t_i, S_i]$. Introducând relația de definire a timpului pe fiecare segment:

$$\tau_i = t - t_{i-1} \quad (1.104)$$

expresia polinomială a fiecărui segment funcție de timp este o parabolă de ordinul patru:

$$s_i(\tau_i) = a_{0i} + a_{1i} \cdot \tau_i + a_{2i} \cdot \tau_i^2 + a_{3i} \cdot \tau_i^3 + a_{4i} \cdot \tau_i^4 \quad (1.105)$$

Notând $T_i = t_i - t_{i-1}$ este clar că $\tau_i = 0$ se referă la originea segmentului "i" (punctul S_{i-1}) iar $\tau_i = T_i$ se referă la capătul segmentului "i" (punctul S_i).

Coefficienții polinomiali din relația (....) se determină pe baza unor condiții inițiale:

- condiții de identitate a originii unui segment "i" cu extremitatea finală a celui anterior "i-1":

$$s_i(\tau_i = 0) = s_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S_{i-1} \quad (1.106)$$

$$s_i(\tau_i = T_i) = s_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S_i \quad (1.107)$$

- condiții de identitate a vitezelor:

$$s'_i(\tau_i = 0) = s'_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S'_{i-1} \quad (1.108)$$

$$s'_i(\tau_i = T_i) = s'_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S'_i \quad (1.109)$$

- condiții de identitate a accelerațiilor:

$$s''_i(\tau_i = 0) = s''_{i-1}(\tau_{i-1} = T_{i-1}) = S''_{i-1} \quad (1.110)$$

Impunând condițiile (4.58)-(4.60) pentru funcția polinomială (4.57) și derivatele sale se obțin coeficienții polinomiali ca soluții ale sistemului:

$$\begin{bmatrix} a_{0i} \\ a_{1i} \\ a_{2i} \\ a_{3i} \\ a_{4i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ -4 & 4 & -3 & -1 & -1 \\ \frac{-4}{T_i^3} & \frac{4}{T_i^3} & \frac{-3}{T_i^2} & \frac{-1}{T_i^2} & \frac{-1}{T_i} \\ \frac{3}{T_i^4} & \frac{-3}{T_i^4} & \frac{2}{T_i^3} & \frac{1}{T_i^3} & \frac{1}{2T_i^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} S_{i-1} \\ S_i \\ S'_{i-1} \\ S'_i \\ S''_{i-1} \end{bmatrix} \quad (1.111)$$

Se impune în mod suplimentar să existe și continuitatea accelerației și a supra-acelerației ("jerk") în punctul S_i .

Relațiile de calcul în acest caz sunt:

$$s''_i(\tau_i = T_i) = s''_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S''_i \quad (1.112)$$

$$s'''_i(\tau_i = T_i) = s'''_{i+1}(\tau_{i+1} = 0) = S'''_i \quad (1.113)$$

Elaborând ecuațiile de continuitate descrise de (4.62) și înlocuind coeficienții determinați din (4.60) se obțin relațiile de recurență pentru:

- continuitatea accelerației:

$$\frac{12}{T_i^2} \cdot (S_{i-1} - S_i) + \frac{6}{T_i} \cdot (S'_{i-1} + S'_i) + S''_{i-1} = S''_i \quad (1.114)$$

- continuitatea supra-acelerației:

$$\begin{aligned} & \frac{8}{T_i^3} \cdot (S_{i-1} - S_i) + \frac{5}{T_i^2} \cdot S'_{i-1} + \frac{3}{T_i^2} \cdot S'_i + \frac{1}{T_i} \cdot S''_{i-1} = \\ & = \frac{4}{T_{i+1}^3} \cdot (S_{i+1} - S_i) - \frac{3}{T_{i+1}^2} \cdot S'_i - \frac{1}{T_{i+1}^2} \cdot S'_{i+1} - \frac{1}{T_{i+1}} \cdot S''_i \end{aligned} \quad (1.115)$$

Considerând că în punctul inițial S_0 și cel final S_{n-1} vitezele, accelerațiile și supra-acelerațiile sunt egale cu zero atunci relațiile anterioare permit determinarea profilurilor parametrilor cinematici funcție de timp. Utilizând relațiile anterioare se poate impune pe fiecare segment "i" profilul de accelerație dorit.

Observația 1

Contribuția sistemului de acționare al cuplei cinematice conducătoare "i" la realizarea unei traiectorii spațiale a punctului caracteristic este descrisă de legea de mișcare aferentă cuplei respective. Respectarea fidelă a acestei legi condiționează calitatea operației executate.

Comanda dinamică și cea "aservită" sunt două posibilități de definire a legilor de comandă.

Observația 2

În cele prezentate anterior s-a avut în vedere mișcarea cu deplasare controlată. O a doua posibilitate o reprezintă mișcarea cu efort controlat în una din formele:

- a) mișcare "aservită în efort" - poziția căutată este cea care corespunde unei reacțiuni egale cu o valoare dată;
- b) mișcare "telecomandată" cu reacție de forță prin operatorul uman (sistemul "maitre-esclave").

Observația 3

Generarea de traiectorii se poate face "on-line", la execuția mișcării robotului, sau "off-line", la compilarea sau generarea programului robot. Acest aspect are influențe semnificative asupra sistemului de comandă al RI.