

## Problema 1

Rezultatele calibrării unui senzor de temperatură (rezistiv, rezistență de platină) sunt prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )	Rezistența $\Omega$
0	100
100	138.5
200	175.83

Ecuția de calibrare are forma:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2)$$

Să se determine:

- valorile coeficienților  $\alpha$  și  $\beta$
- neliniaritatea – procentuală - a senzorului la  $100^{\circ}\text{C}$ .

**Soluție**

a. Ecuția are forma:

$$R_t = R_0 \cdot (1 + \alpha \cdot t + \beta \cdot t^2)$$

care valoric se va prezenta prin sistemul de ecuații:

$$138.5 = 100 \cdot (1 + \alpha \cdot 100 + \beta \cdot 100^2)$$

$$175.83 = 100 \cdot (1 + \alpha \cdot 200 + \beta \cdot 200^2)$$

Soluția numerică pentru sistemul anterior este:

$$\alpha = 3.91 \cdot 10^{-3} \text{ iar } \beta = -5.85 \cdot 10^{-7}$$

b. Pentru o calibrare liniară ecuația este (vezi figura 1):

$$R_t = \frac{R_{200} - R_0}{200} \cdot t + R_0$$

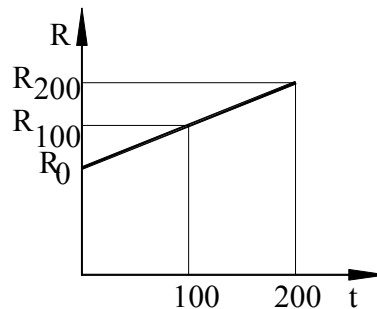


Fig.1

Conform celor specificate:

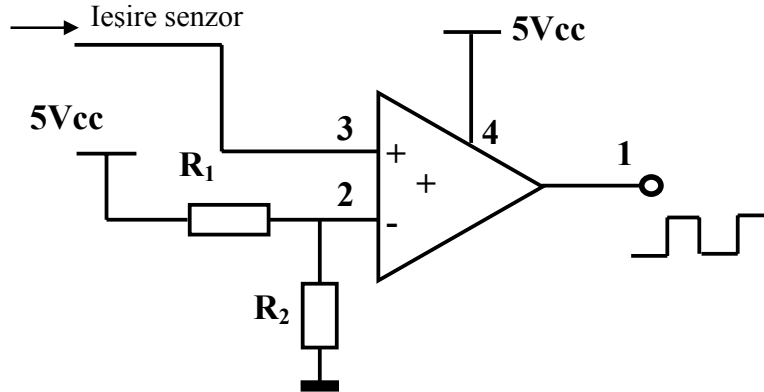
$$R_{100} = \frac{175.83 - 100}{200} \cdot 100 + 100 = 137.9 \text{ } \Omega$$

Neliniaritatea elementului senzorial la  $t = 100^{\circ}\text{C}$  va fi:

$$\Delta R = \frac{138.5 - 137.9}{200} \cdot 100 = 0.3 \text{ } \%$$

## Problema 2

Schema unui convertor A/N este prezentată în figură.



## Soluție

La pinul 1 se obține semnalul de ieșire digital. La pinul 2 se aplică tensiunea de referință prin divizorul de tensiune  $R_1$ ,  $R_2$ . La pinul 3 se aplică semnalul analogic al senzorului. La pinul 4 se aplică tensiunea de alimentare.

Pentru  $R_1 = 200 \Omega$ ,  $R_2 = 50 \Omega$  și un semnal de 5 Vcc, la pinul 2 se aplică valoarea :

$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot U_{ref} = \frac{50}{200 + 50} \cdot 5 = 1 V$$

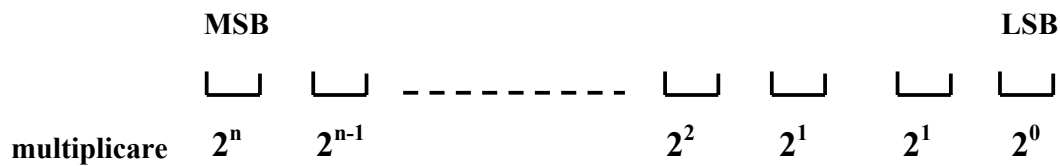
Conversia pe 4 biți determină un increment – lățimea de cod - în tensiune de valoare :

$$increment = \frac{U_{ref}}{2^n} = \frac{1}{2^4} = 0.0625 V / bit$$

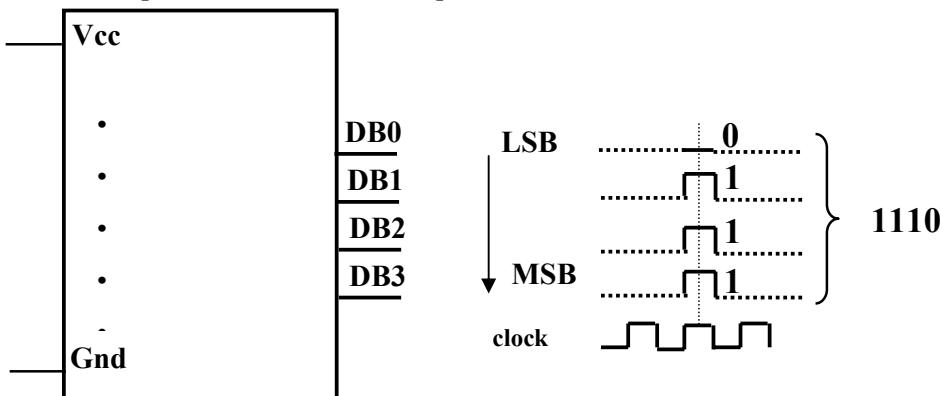
Dacă semnalul analogic de la senzor are valoarea  $U_{senzor} = 0.9 V$  ieșirea convertorului va fi de :

$$\frac{0.9}{0.0625} = 14.4 bit$$

Principiul de lucru pentru reprezentarea unui « cuvânt », cunoscut de fapt, este reprezentat în figură :

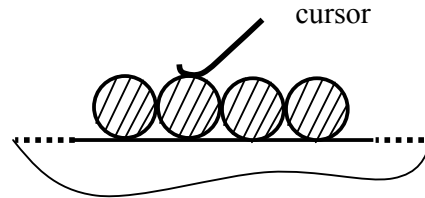


14 zecimal este reprezentat într-un cuvânt pe 4 bit astfel : 1110



### Problema 3

Un traductor de deplasare rezistiv (pentru mișcare de rotație) are curma maximă posibilă (de măsurat)  $\alpha_{\max} = 180^\circ$  și este realizat pe baza a  $N = 1000$  spire bobinate pe un suport izolator. Care este rezoluția traductorului ?



#### Soluție

$$\text{rezolutia} = \frac{\alpha_{\max}}{N} = \frac{180}{1000} = 0.18^\circ$$

### Problema 4

Traductorul rezistiv anterior trebuie interfațat cu un PC. Să se aleagă dintre variantele aflate la dispoziție:

- Convertor A / D – pe 8 bit
- Convertor A / D – pe 12 bit

Convertorul cu o rezoluție superioară celei a traductorului rezistiv.

#### Soluție

a) Convertorul pe 8 – bit asigură o indicație digitală pe :  
 $2^8 = 256$  diviziuni (0, ..., 255)

Pentru cursa de realizat impusă rezoluția digitală va fi :

$$\text{rezolutia} = \frac{\alpha_{\max}}{256} = \frac{180}{256} = 0.7^\circ > 0.18^\circ$$

b) Pentru convertorul pe 12-bit indicația va fi :  
 $2^{12} = 4096$

Pentru cursa maximă de realizat rezoluția digitală va fi :

$$\text{rezolutia} = \frac{\alpha_{\max}}{4096} = 0.044^\circ < 0.18^\circ$$

Se alege convertorul pe 12 – bit.

### Problema 5

Un traductor are ecuația dinamică:

$$2 \frac{dU}{dt} + 5 \cdot U = 4\omega$$

unde  $U$  [V] iar  $\omega$  [rad/s] sunt mărimea de ieșire și respectiv informația primară.

Se cere:

- a) Să se precizeze ordinul elementului senzorial;
- b) Să se determine: sensibilitatea și respectiv constanta de timp;

- c) Care este răspunsul elementului senzorial la un semnal de intrare de tip impuls unitar ?

**Soluție**

- a) Gradul ecuației diferențiale este 1 → element dinamic de ordinul unu;  
b) Aplicând transformata Laplace ecuației dinamice se obține funcția de transfer (vezi Anexa) :

$$G(s) = \frac{U(s)}{\omega(s)} = \frac{4}{2s+5} = \frac{\frac{4}{5}}{\frac{2}{5} \cdot s + 1}$$

Sensibilitatea traductorului este:

$$S = \frac{4}{5} = 0.8 \frac{V}{rad/s};$$

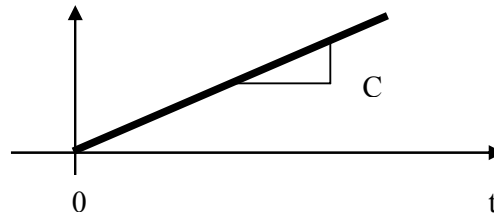
Constanta de timp are valoarea:

$$\tau = \frac{2}{5} = 0.4 \text{ s}$$

- c) Vezi Anexa 2 (particularizează cu valorile numerice)

## Anexa 1

- Funcția rampă



Obs.: C este o constantă reală.

- Transformata Laplace a funcției rampă este:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} f(t)e^{-st} dt = \int_0^{\infty} Cte^{-st} dt$$

Se aplică integrarea prin părți. Conform acestei metode de integrare:

$$\int u dv = uv - \int v du \text{ iar ca integrală definită: } \int_a^b u dv = uv \Big|_a^b - \int_a^b v du$$

Se notează:

$$u = Ct$$

$$du = C dt$$

$$v = -\frac{1}{s} e^{-st}$$

$$dv = e^{-st} dt$$

Prin urmare, în calculul transformatei Laplace, se obține:

$$\begin{aligned} F(s) &= \int_0^{\infty} Cte^{-st} dt = uv \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} v du = -\frac{Ct}{s} e^{-st} \Big|_0^{\infty} - \int_0^{\infty} \left( -\frac{1}{s} e^{-st} C \right) dt = \\ &= 0 + \frac{C}{s} \int_0^{\infty} e^{-st} dt = \frac{C}{s} \left( -\frac{1}{s} \right) e^{-st} \Big|_0^{\infty} = \frac{C}{s^2} \end{aligned}$$

Transformata Laplace a funcției rampă este:

$$\mathcal{L}\{Ct\} = \frac{C}{s^2}$$

## 6.1 Sistemul de ordinul 1

### 6.1.1 Caracteristici generale

Ecuția dinamică a sistemului este de forma:

$$a_1 \cdot \frac{dy(t)}{dt} + a_0 y(t) = b_0 u(t) \quad (6.11)$$

Aplicând transformata Laplace și reorganizări succesive, se obține funcția de transfer a unui sistem de ordinul 1:

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_0}{a_1 s + a_0} = \frac{b_0/a_0}{\frac{a_1}{a_0} s + 1} = \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \quad (6.12)$$

$$\text{unde } S = \frac{b_0}{a_0} \quad (6.13)$$

este sensibilitatea sistemului, iar

$$\tau = \frac{a_1}{a_0} [s] \quad (6.14)$$

este constanta de timp a sistemului.

Mărimea de ieșire va fi:

$$Y(s) = \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot U(s) \quad (6.15)$$

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot U(s) \right\}$$

### 6.1.2 Răspunsul sistemului de ordinul 1 la mărimea de intrare „impuls unitar” (funcția pondere a sistemului)

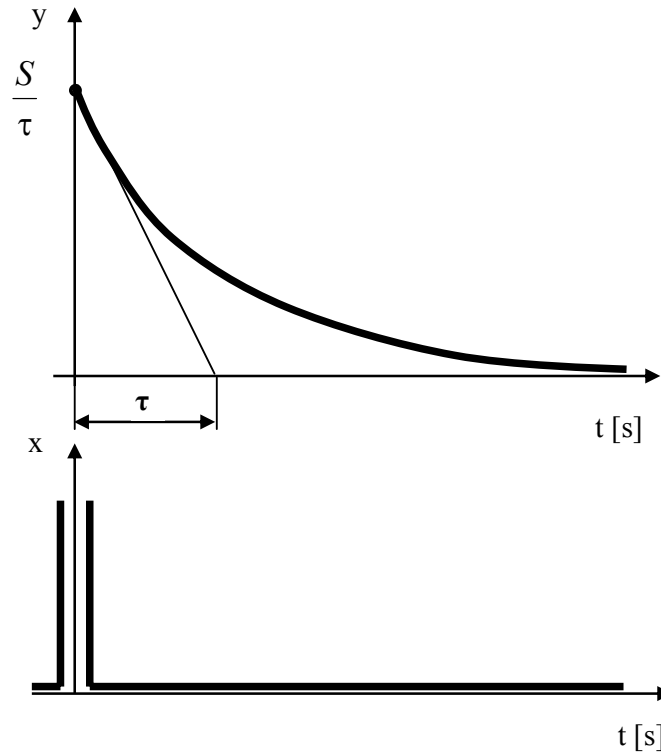
Transformata Laplace a mărimii de intrare considerate este  $U(s) = 1$ . Relația (6.15) devine în acest caz:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot 1 \right\} = S \cdot \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1/\tau}{s + 1/\tau} \right\} = S \cdot \frac{1}{\tau} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (6.16)$$

pentru care s-a utilizat tabela de funcții inverse Laplace, din care s-a extras:

$$\mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{k}{s + a} \right\} = k \cdot e^{-at} \quad (6.17)$$

Formele de variație ale mărimilor de intrare și ieșire sunt prezentate în fig. 6.16.



**Fig. 6.16** Răspunsul sistemului de ordinul 1 la semnal de intrare de tip impuls unitar, cu evidențierea sensibilității  $S$  și a constantei de timp  $\tau$

### 6.1.3 Răspunsul sistemului de ordinul 1 la mărimea de intrare „treaptă” (răspuns indicial)

Pentru un semnal de tip treaptă, transformata Laplace este:

$$U(s) = \frac{H}{s} \quad (6.18)$$

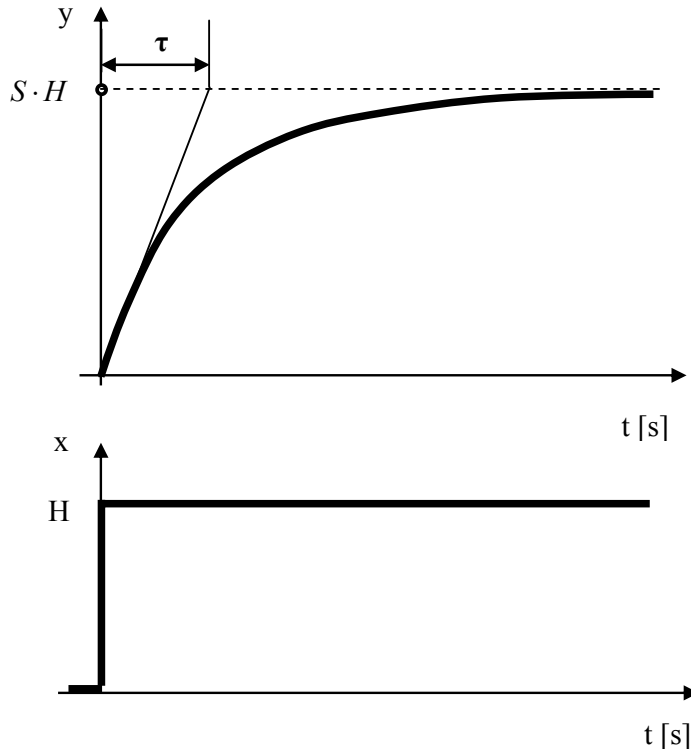
unde  $H$  este valoarea semnalului ( $H = 1$  definește semnalul treaptă unitară).

În acest caz răspunsul sistemului se determină conform următoarelor:

$$y(t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{S}{\tau \cdot s + 1} \cdot \frac{H}{s} \right\} = S \cdot H \cdot \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{\tau}}{s(s + \frac{1}{\tau})} \right\} = S \cdot H \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right) \quad (6.19)$$

Răspunsul sistemului la un semnal treaptă este prezentat în fig. 6.17. Se observă că valoarea de regim stabilizat (valoarea staționară) este:

$$y_{st} = S \cdot H \quad (6.20)$$



**Fig. 6.17** Răspunsul sistemului de ordinul 1 la un semnal de intrare de tip treaptă, cu evidențierea valorii de regim staționar și a constantei de timp a sistemului

Se consideră ca acceptabilă, atingerea valorii de ieșire de  $.95 \times y_{st}$  în zona domeniului de câmp staționar după 3 constante de timp. Valoarea acceptată de  $.95$  din cea de regim staționar depinde de aplicație.